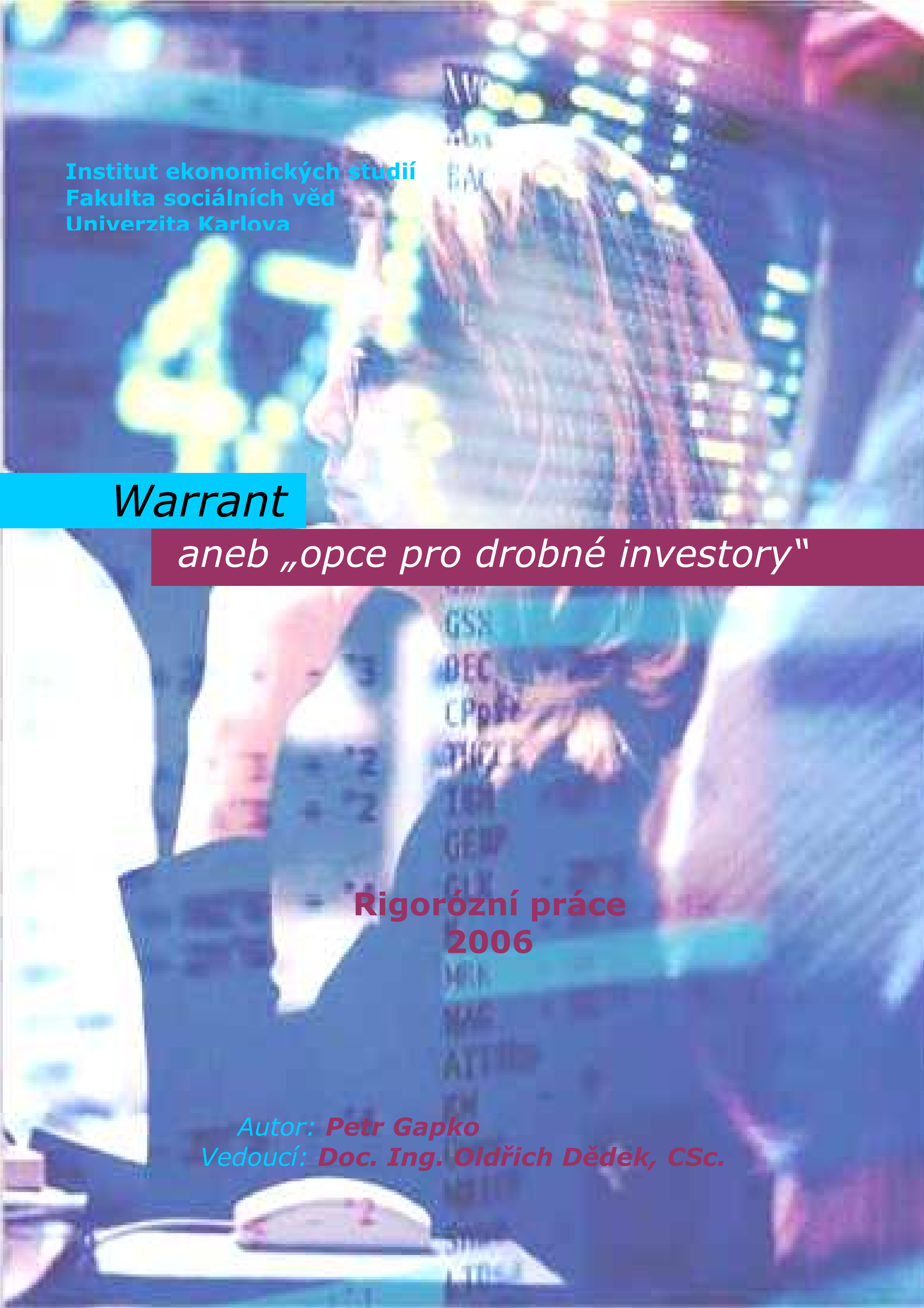


Institut ekonomických studií
Fakulta sociálních věd
Univerzita Karlova

Warrant

aneb „opce pro drobné investory“

Rigorózní práce
2006

Autor: ***Petr Gapko***
Vedoucí: ***Doc. Ing. Oldřich Dědek, CSc.***

Obsah

Úvod

V posledních 20 letech vznikl ne evropském kontinentu zajímavý fenomén, a sice trh s opčními kontrakty a strukturovanými investičními produkty pro drobné investory. Od konce 80. let tak mohou fyzické osoby s neomezeně malým množstvím finančních prostředků investovat do termínových kontraktů opčního typu. Nejvhodnějším již existujícím instrumentem, který tento typ obchodování uskutečnil je opční kontrakt, který se nazývá „warrant“. Warranty byly dříve emitovány většinou jako součást dalšího cenného papíru a nesly v sobě kupní právo. Formálními úpravami bylo docíleno možnosti emitovat warrant samostatně a umístit jej na burzu cenných papírů.

Právě warrantům jako „opcím pro drobné investory“ je věnována tato práce. Dnes může každý retailový investor bez rozdílu majetku investovat do warrantů a spekulovat tak na růst nebo pokles akcií, měn, komodit nebo třeba úrokových měr nebo pouze zajišťovat svoji pozici. Může vůbec fungovat trh, na kterém se vyskytují v pozici investorů pouze osoby s malým kapitálem? Samozřejmě může, ovšem takový trh v sobě musí skloubit širokou nabídku investičních možností pro širokou masu drobných investorů. Jakási kvazizáruka likvidity pak dodá takovému trhu atraktivitu a naláká další drobné investory. Přesně tyto skutečnosti umožnily v Evropě vznik trhu s warranty a certifikáty jako trhu termínových kontraktů a strukturovaných cenných papírů pro drobné investory.

V první kapitole popíšeme charakteristiku warrantu jako cenného papíru a zaměříme se na jeho odlišnosti od opce. Většina těchto odlišností je způsobena právě tím, že warrant je určen především pro drobné investory.

Ve druhé kapitole představíme několik oceňovacích modelů pro oceňování opcí a warrantů. Jelikož je pro pochopení podstaty fungování warrantu třeba znát způsob jeho ocenění a jelikož z důvodu nedostatečné likvidity netvoří cenu většiny warrantů trh, ale emitent tohoto warrantu, je způsob, jakým emitent oceňuje warrant, velmi důležitým aspektem. Pokud známe zákonitosti ocenění warrantu, můžeme do jisté míry „předvídat“ chování emitenta v případě krátkodobých výkyvů na burzách, kde se obchodují podkladová aktiva. V práci představíme tři oceňovací modely: Binomický, Black-Scholesův a jakousi třešničku na dortu, Hyperbolický model.

Třetí kapitola je věnována praktickému ocenění warrantů pomocí modelů popsaných ve druhé kapitole. Právě Hyperbolický model by měl být tím, který nejlépe popisuje tržní cenu warrantu. Tento model spolehlivě funguje na opčních burzách a jedním z předmětů našeho výzkumu je ověřit, zda Hyperbolický model dokáže stejně kvalitně oceňovat warranty. Hlavní přednost modelu spočívá na proražení asi nejnerealističtějšího předpokladu, který na kapitálových trzích funguje, předpokladu normality výnosů akcií. Pro praktické ocenění warrantů jsme si vybrali call warranty vypsané na nejlikvidnější českou akcii, akcii společnosti ČEZ. Z výnosů této akcie od počátku roku 2001 až do třetiny roku 2006 sestavíme jedno ze třídy hyperbolických rozdělení, na jehož základě následně postavíme oceňovací vzorec.

V poslední kapitole práce popíšeme některé základní aspekty obchodování s warranty, kterými se trh s těmito investičními instrumenty liší od opčních či jiných termínových burz. Těmito aspekty jsou především způsob kotace, implicitní volatilita, spread a likvidita.

Celá práce si klade za cíl popsat poměrně nový investiční instrument a způsob investování pro drobné investory. Malým bonbónkem je velmi moderní aplikace třídy zobecněných hyperbolických rozdělení na českou akcii. Pokud by se některé ze třídy zobecněných hyperbolických rozdělení začalo skutečně používat v české nebo evropské praxi, způsobilo by to jak změnu ceny většiny investičních instrumentů, které mají jako podkladové aktivum akcii, ale také např.výpočet „Value at Risk“, a tedy i zajišťování velkých investorů. Bohužel tyto „nová“ rozdělení jsou natolik matematicky složitá, že jejich praktické využití je dnes pouze teoretické.

1. Warrant jako derivát

1.1 Charakteristika warrantu

V první kapitole této práce popíšeme cenný papír, který se jmenuje warrant. Poukážeme na jeho podobnost s opcemi a popíšeme rozdíly, které z warrantů vytvářejí podskupinu opčních kontraktů. V další části kapitoly ukážeme charakteristické vlastnosti warrantů, vyjmenujeme a popíšeme základní parametry a vysvětlíme obchodní pozici investora, který si warrant nakoupí. V poslední části první kapitoly si představíme warrant z pohledu vypisovatele (emitenta).

Cenný papír s názvem warrant patří do skupiny opčních termínových kontraktů. Je tedy stejně jako opce derivátem. Derivátem se rozumí cenný papír, který splňuje tři následující podmínky: (i) jeho cena je určitým způsobem odvozena (derivována) od ceny něčeho jiného (např. akcie, dluhopisu, indexu, komodity, měnového kurzu, atd…), (ii) je termínovaným kontraktem (tedy k vypořádání dochází v budoucnu) a (iii) pro vstoupení do tohoto kontraktu není nutná velká počáteční investice.[1] Finančními deriváty obvykle rozumíme čtyři skupiny cenných papírů, a to opce, forwardy, futures a swapy. Pokud se jedná o warranty, lze je zařadit mezi opce.

Pojem warrant je v české legislativě bohužel upraven velmi nedostatečně.[2] Název warrant je v podstatě nahrazen českým ekvivalentem „opční list“ a legislativa zná tento cenný papír pouze jako instrument, který je emitován stejně jako akcie společnostmi.[3] Investorům do takového opčního listu je pak prodáváno právo nakoupit v předem dohodnutém termínu za předem dohodnutou cenu akcie či dluhopisy emisní společnosti.

[1] Viz např. Josef Jílek, 2002

[2] Slovo warrant se vyskytuje pouze v předpisech 333/2002 Sb., 64/2003 Sb. a 262/2004 Sb. Z těchto předpisu vyplývá, že český překlad slova „warrant“ je „opční list“. Nutno podotknout, že opční list je zařazen mezi cenné papíry.

[3] Viz §217a, 513/1991 Sb., „Obchodní zákoník“

Warrant byl z počátku emitován akciovými společnostmi jako součást jiného cenného papíru (většinou akcie nebo konvertibilního dluhopisu) a reprezentoval právo nakoupit v budoucnu za předem stanovenou cenu akcie emisní společnosti. Postupem času se však warrant začal od svého „nositele“[4] oddělovat a začal být sám o sobě obchodovatelným cenným papírem. Stále však v sobě nesl pouze právo na nákup akcie emisní společnosti. Přesně takto je warrant (nebo lépe opční list) zakotven v české legislativě. Z pohledu akciové společnosti je warrant bezesporu výhodným cenným papírem, neboť umožňuje zvýšit cenu dluhopisu a navíc získat potencionální kapitál přímo z rukou investorů do takovýchto dluhopisů. Na druhé straně může sloužit jako instrument používaný při programech zaměstnaneckých akcií. Při takovémto postupu by zaměstnanec akciové společnosti získal určitý počet warrantů, za které by si v budoucnu mohl nakoupit akcie zaměstnavatele.

Na konci 80. let si německé banky začaly uvědomovat, že existuje mezera na trhu cenných papírů určených pro drobné investory. Drobný neboli retailový investor téměř neměl šanci nakoupit jakýkoliv derivát. Proto tyto německé banky přišly s návrhem emitovat warrant jako jakousi „opci pro drobné investory“[5]. Byly tedy emitovány první warranty, které už nereprezentovaly pouze právo na nákup, ale stejně jako opce i právo na prodej něčeho. Warrant v tomto slova smyslu se tedy odlišuje od původního významu warrantu a práce je dále zaměřena pouze na tento „typ“ warrantů.

1.2 Opce vs. warrant

V této části nejdříve popíšeme charakteristické vlastnosti, které mají opce a warranty společné. Opce (stejně jako warrant) je finanční derivát, který zosobňuje právo (resp. povinnost) koupit nebo prodat určité podkladové aktivum v budoucnu za předem stanovených podmínek. Těmito podmínkami se rozumí především cena, množství a datum vypořádání obchodu. Podkladovými aktivy pak v závislosti na druhu opce můžou být akcie, měny, komodity nebo třeba akciové indexy.

[4] Tedy od cenného papíru, jehož byl součástí

[5] Toto přirovnání může opravdu sloužit pouze jako metafora, neboť warrant se od opce z formálního hlediska odlišuje dost výrazně, jak, to bude vysvětleno dále v této kapitole

Pokud si opci koupíme (vstoupíme do tzv. dlouhé strany kontraktu), pak s opcí získáváme **právo** na nákup nebo prodej podkladového aktiva v předem stanoveném termínu (třeba do konce roku 2006) za pevně stanovenou cenu. Pokud však opci vypíšeme, pak vstupujeme do tzv. krátké strany kontraktu. Za vypsání a následný prodej opce získáme cenu opce, tzv. **opční prémii**. Prodáváme však naši **povinnost** podkladové aktivum v budoucnu za sjednanou cenu prodat nebo koupit. Všechny pozice budou podrobněji popsány v dalších částech práce.

Víme tedy, že existují opce kupní (ty v sobě nesou právo na nákup něčeho) a prodejní (právo na prodej). Kupní opce se nazývá call, stejně tak kupní warrant nese označení **call warrant**. Prodejní opce je put opce, prodejní warrant tedy analogicky ponese název **put warrant**[6]. Další shodný znak opce a warrantu je jejich rozdělení do dvou stylů podle vypořádání. Stejně jako evropská opce existuje **evropský warrant**, který se může uplatnit pouze v den splatnosti, a **americký warrant**, jehož rozdílnost od evropského stylu tkví v tom, že je možné jej uplatnit v kterýkoli obchodní den až do data splatnosti.

Popsali jsme, co mají warranty a opce společné a jak fungují. Nyní popíšeme rozdíly mezi oběma druhy derivátů. Opce se obchodují na speciálních opčních burzách či na segmentech stávajících burz cenných papírů speciálně pro opce určených. Už z podstaty opce je obchodování s těmito deriváty řízeno specifickými pravidly. Obchodníci mohou vstupovat jak do dlouhé, tak do krátké strany opčních kontraktů. Při vypisování opcí (a tedy zaujetí krátké pozice v opci) investor složí zálohu, ze které se budou v budoucnu splácet ztráty plynoucí z nežádoucího pohybu podkladového aktiva. Oproti tomu warranty jsou obchodovány na burzách cenných papírů, a proto se obchodní pravidla velice podobají pravidlům obchodování např. s akciemi. Investoři nemohou ve warrantu zaujmout krátkou stranu kontraktu a nezbývá jim tedy, než přijmout podmínky, které si určil vypisovatel. Warrant sice může vypsat kterákoliv akciová společnost, ale pokud jej chce umístit na burzu cenných papírů, musí warrantu zajistit dostatečnou likviditu. Tato likvidita je zaručována tím, že emitent (vypisovatel) warrantu plní na burze funkci tzv. „marketmakera“ (tvůrce trhu), čili poskytuje v kterýkoliv okamžik v obchodních hodinách prodejní a nákupní kurz.

Dalším rozdílem mezi opcemi a warranty je jejich formální charakteristika z pohledu burzy. Tato odlišnost vychází z prostředí, kde se oba typy cenných papírů obchodují. Jelikož

[6] Označení „call“ a „put“ u českých investorů a v české literatuře natolik zlidovělo, že dále budou v textu místo českých ekvivalentů používána právě tato označení.

warranty jsou obchodovány na obyčejných burzách cenných papírů, musí být označeny tzv. ISIN kódem[7], mají tedy formu standardního cenného papíru. Oproti tomu opce, protože je obchodována odděleně, tento poznávací symbol nepotřebuje.

Odlišnosti lze rovněž najít mezi dobami splatnosti. U opcí bývá obvyklá splatnost mezi 1 a 24 měsíci. U warrantu však můžeme najít kus, který má splatnost třeba 5 let[8]. Obecně lze tvrdit, že lze najít warranty se splatností mezi 6 měsíci a 15 roky. Jedná se ovšem o warranty vypsané na podkladová aktiva, kterými jsou buď komodity nebo indexy. Warranty, které jsou vypisovány na déle než 10 let jsou v drtivé většině cenné papíry emitované akciovými společnostmi tak, jak jsme si je nadefinovali v úvodu práce.

Poslední podstatný rozdíl mezi opcí a warrantem spočívá v tom, že opce nemá žádný emisní objem. Opce se totiž vypisují a obchodují podle burzovních pravidel příslušné opční burzy. Zde, po složení zálohy, může v podstatě kdokoliv opci emitovat, ale zase jen podle burzovních pravidel.[9] Oproti tomu warrant tím, že je emitován finančními institucemi, které zaručují jeho likviditu, má svůj emisní objem. Emitent se např. rozhodne, že emituje pouze 100 000 ks určitého warrantu. Může tak nastat situace, že emitent vyprodá celou emisi a dál warranty prodávat nemůže.

Veškeré rozdíly, které jsme popsali, jsou shrnuty v následující tabulce:

[7] ISIN – International Securities Identification Number, je používán celosvětově. V německy mluvících zemích se však můžeme setkat s WKN – Weltpapierkennnummer, a USA se pak hojně využívají „tickery“ – většinou zkratka názvu společnosti, která emitovala cenný papír.

[8] Viz např. warrant s ISIN DE0006019698

[9] Burza např. určí podkladová aktiva, vypořádací ceny a splatnosti opcí, které mohou být ten den vypsány. Investor si pak může vybrat pouze z těchto možností.

Opce	Warrant
Obchodovány většinou na opčních burzách	Obchodovány na burzách cenných papírů
Nemá mezinárodní kód, poznává se podle parametrů	Cenný papír s ISIN a WKN
Emitentem v podstatě kdokoliv	Emitentem většinou jen velké finanční instituce
Investor může vstoupit jak do dlouhé, tak do krátké strany kontraktu	Investor vstupuje pouze do dlouhé strany kontraktu
Splatnost 1 měsíc až 2 roky	Splatnost 6 měsíců až 15 let
Nemá určený emisní objem	Emitent emituje určitý počet ks warrantu, určí tedy mimo jiné emisní objem

Tab. 1.1: *Tabulka rozdílů mezi opcí a warrantem*

1.3 Pozice investora při investování do warrantu

V předcházející části práce jsme popsali rozdíly mezi opcí a warrantem. Z těchto rozdílů v podstatě plyne, že warrant je určen spíše pro masové obchodování, kdežto opce jsou záležitostí, kterou používají spíše banky či větší investoři. Rovněž jsme si řekli, že při investici do warrantu nemůže investor vstupovat do krátké strany kontraktu a nezbývá mu než přijmout podmínky, které si určí emitent. Za toto omezení investor získá zaručenou likviditu a odpadá tak problém, co s warrantem, když se ho chceme zbavit. Při investici do warrantu je třeba rozlišovat mezi dvěma pojmy, a sice uplatnění warrantu a prodej warrantu. Pokud se rozhodneme investovat do warrantu, musíme jít na burzu či za emitentem a warrant si koupit přímo na burze nebo na OTC (mimoburzovních) trzích přímo od emitenta. Nákup warrantu je možné realizovat kterýkoliv obchodní den se stejnou úspěšností. Už tento úkon je odlišný od obchodování s opcemi. Nákupem warrantu zaplatíme cenu warrantu neboli opční prémii tomu, kdo nám warrant prodá.

Co nastane v okamžiku, kdy se chceme warrantu zbavit? Pokud tento okamžik nastane, pak máme dvě možnosti, jak to udělat. První možnost je warrant vypořádat (tedy uplatnit právo plynoucí z warrantu). Vypořádání je možné pouze u emitenta warrantu a většinou probíhá finančně. Pokud např. vlastníme call warrant na akcii ČEZu s vypořádací cenou 750 CZK, pak vypořádání neproběhne tak, že nám emitent prodá akcii ČEZu za 750 CZK, nýbrž nám vyplatí rozdíl mezi aktuální spotovou cenou ČEZu na burze a vypořádací cenou warrantu. Druhou možností, jak se warrantu zbavit, je prodat jej. Prodat warrant můžeme zpět emitentovi nebo na burze. Emitent v tomto případě zaručuje, že od nás warrant zpátky odkoupí. Výhoda zpětného prodeje emitentovi spočívá v tom, že emitent má obvykle nižší poplatek za vypořádání obchodu než burza, kde se warrant obchoduje. Na druhou stranu pokud se rozhodneme warrant prodat na burze, i zde emitent zaručuje likviditu,[10] jinými slovy, bychom neměli mít problém warrant prodat i na burze. Nevýhodou prodeje warrantu na burze jsou vyšší poplatky za zprostředkování obchodu. Ovšem na burze existuje možnost, že nám někdo nabídne lepší kurz než emitent v roli marketmakera. Prodejem warrantu získáme aktuální spotovou tržní hodnotu warrantu, tedy na dobře fungujících trzích aktuální opční prémii.

Většina obchodovaných warrantů je kotovaná na burze EUWAX[11] sídlící ve Stuttgartu. O rozmachu těchto cenných papírů svědčí stále rostoucí počet obchodovaných warrantů na této burze. Počátek obchodování s warranty v moderním slova smyslu se datuje zpět do roku 1989. V roce 1990 byla zřízena plně elektronická burza se systémem clearingu. To přispělo k rozmachu obchodování pákových produktů. Zpočátku se obchodovalo přibližně s 50 warranty. Toto číslo do roku 1995 vzrostlo na úctyhodných 2 387 kotovaných warrantů v roce 1998, avšak pravý boom měl teprve následovat. V roce 1999 byl na Stuttgartské burze zřízen speciální segment „EUWAX“, pod který byly převedeny veškeré warranty. Už koncem roku 2001 bylo na EUWAXu kotováno 29.512 warrantů a jejich počet neustále roste. V posledních několika letech zahraniční emitenti začínají emitovat warranty na česká podkladová aktiva, kterými jsou některé tituly obchodované na BCPP v segmentu SPAD.

---

[10] Viz část 1.2

[11] EUWAX – EUropean WArrant eXchange (Evropská warrantová burza), www.euwax.com. S přibližně 90% všech obchodů je v současné době EUWAX největší burzou obchodující warranty v Evropě. Podrobnější diskuze viz Hagl (2003)

Abychom mohli ukázat pozici investora, je důležité vědět, že cena warrantu (neboli opční prémie) je tvořena dvěmi složkami: jednak je to vnitřní hodnota, která se v případě call warrantu vypočítá jako:

$$VH_C = \max \{ S_t - X; 0 \}$$

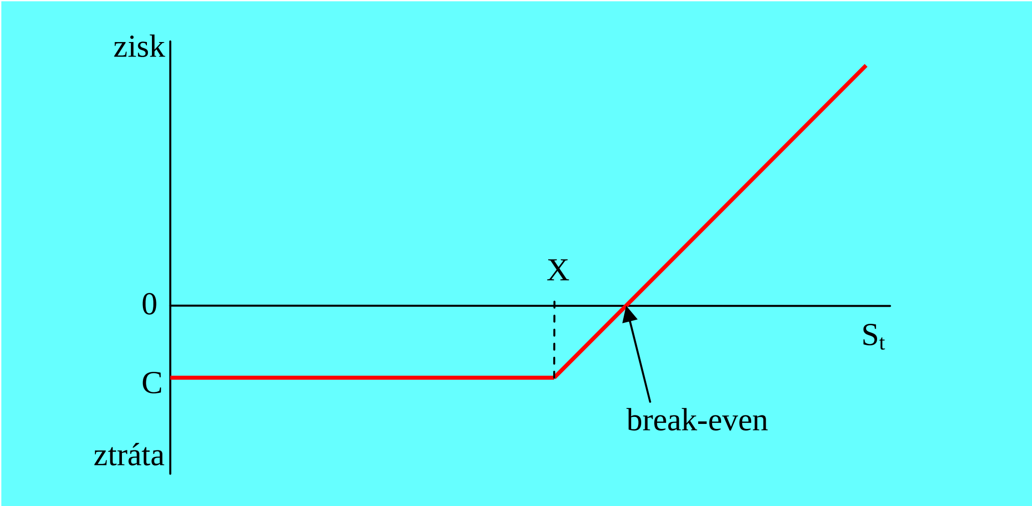
a v případě put warrantu jako:

$$VH_P = \max \{X - S_t; 0 \},$$

kde VH označuje vnitřní hodnotu, S_t je aktuální spotová cena podkladového aktiva na burze a X vypořádací cena warrantu.

Druhou složkou ceny warrantu je časová hodnota. Jedná se velmi zjednodušeně o jakousi spekulativní hodnotu, která v sobě odráží pravděpodobnost toho, že se podkladové aktivum do splatnosti pohne požadovaným směrem.

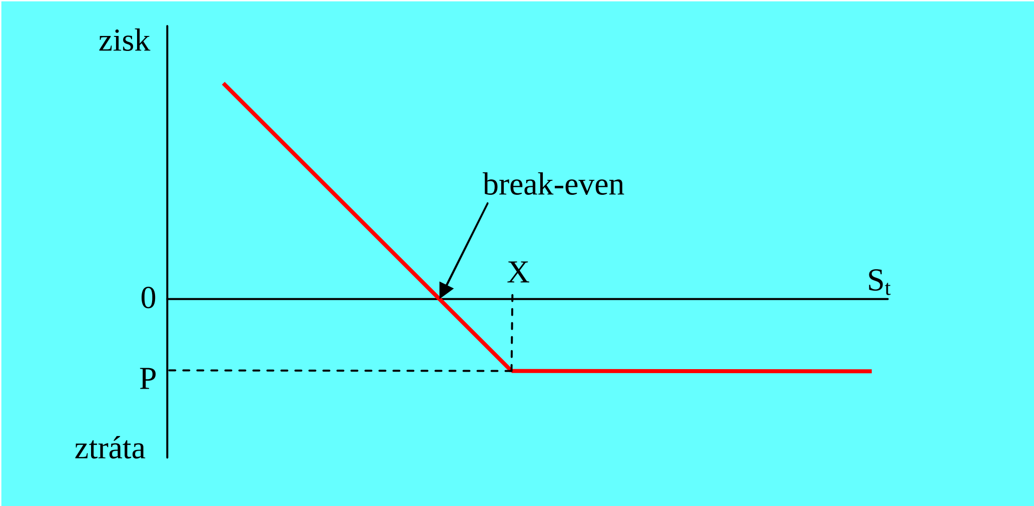
Jaká je tedy výsledná pozice investora při investici do call warrantu? Zde je důležité zohlednit několik předpokladů: (i) investor zaplatí cenu warrantu, (ii) cena warrantu se nedá stoprocentně určit s jednou výjimkou a tou je den splatnosti warrantu, (iii) v den splatnosti warrantu se jeho cena rovná jeho tzv. „vnitřní hodnotě“, tedy v případě call warrantu je to spotová cena podkladového aktiva mínus vypořádací cena warrantu. Minimálně však nula. Pokud si investor koupí call warrant, lze s určitostí říct, že vydělá a kolik vydělá až v den splatnosti warrantu. Pokud bychom chtěli vypočítat pozici investora v průběhu životnosti warrantu, museli bychom přesně znát tržní cenu warrantu v okamžik prodeje a ta se nedá předpovědět. Za předpokladu racionálních investorů totiž investor warrant před splatností vždy prodá, protože na rozdíl od „pouhého“ vypořádání dostane navíc časovou hodnotu warrantu. Výslednou pozici na konci životnosti warrantu nám ukazuje následující výnosový diagram:



Obr. 1.1: *pozice investora v den splatnosti call warrantu*

Na obr.1.1 lze vidět, jaký zisk/ztrátu investor utrží v den splatnosti warrantu v závislosti na ceně podkladového aktiva. Za nákup warrantu zaplatíme cenu warrantu, tedy C. Další důležitý bod je tzv. „break-even“ neboli bod zlomu, což je bod, od kterého se naše investice stává ziskovou. Break-even se jednoduše vypočítá jako X + C. Nákupem call warrantu spekulujeme na růst podkladového aktiva. Pokud v den splatnosti bude spotová cena podkladového aktiva menší nebo rovna vypořádací ceně, pak se vnitřní hodnota call warrantu rovná nule, čili ztrácíme celou investici a náš výsledek se bude rovnat – C. Pokud bude v den splatnosti $X < S_t < X + C$, pak je náš výsledek roven $S_t – X – C < 0$. Výsledek je menší než nula, protože trojúhelník od X do break-even je pravoúhlý rovnoramenný. Od break-even pak začíná naše investice vydělávat, tedy pokud $S_t > X + C$, pak vyděláváme, a sice náš zisk se rovná $S_t – (X + C)$. K výnosovému grafu warrantů se váže stejné zažité názvosloví jako u opcí, čili call warrant je „na penězích“ (at the money), když $S_t = X$, „v penězích“ (in the money), když $S_t > X$ a „mimo peníze“ (out of the money), když $S_t < X$. Na našem grafu je tedy call warrant v penězích napravo od vypořádací ceny a mimo peníze nalevo od vypořádací ceny. Přesně na vypořádací ceně je warrant na penězích.

Obdobně výslednou pozici v případě investice do put warrantu ukazuje následující graf:



Obr. 1.2: *pozice investora v den splatnosti put warrantu*

V případě put warrantu spekulujeme na pokles podkladového aktiva. Vyděláváme tedy, pokud spotová cena podkladového aktiva klesá. Break-even se v případě put warrantu vypočítá jako X – P. Intervaly v den splatnosti budou vypadat takto: pokud $S_t \geq X$, pak se vnitřní hodnota put warrantu rovná nule, my ztrácíme celou naši investici a výsledná ztráta se rovná P, tedy ceně zaplacené za put warrant. Pokud $X - P \leq S_t < X$, pak se výsledná pozice rovná $S_t - X$. Pokud $S_t < X - P$, pak naše investice vydělává a výsledný zisk bude roven $X - (S_t + P)$. Obdobně jako u call warrantu se bude put warrant nacházet „na penězích“, když $S_t = X$, „mimo peníze“, když $S_t > X$ a „v penězích, když $S_t < X$.

Všechny výsledné pozice shrneme do následující tabulky. Pro účely shrnutí budeme uvažovat dvojici call warrant a put warrant se stejnou vypořádací cenou, datem splatnosti a poměrem odběru podkladového aktiva. Rovněž označíme break-even$_P$ jako break-even, který přísluší k put warrantu a break-even$_C$ jako break-even, který přísluší ke call warrantu:

Spotová cena podkladového aktiva	**Výsledek z call warrantu**	**Výsledek z put warrantu**
S_t < break-even$_P$	0	$X - (S_t + P)$
break-even$_P$ < S_t < break-even$_C$	0	0
break-even$_C$ < S_t	$S_t - (X + C)$	0

Tab. 1.2: *výsledek z vypořádání call a put warrantu v den splatnosti*

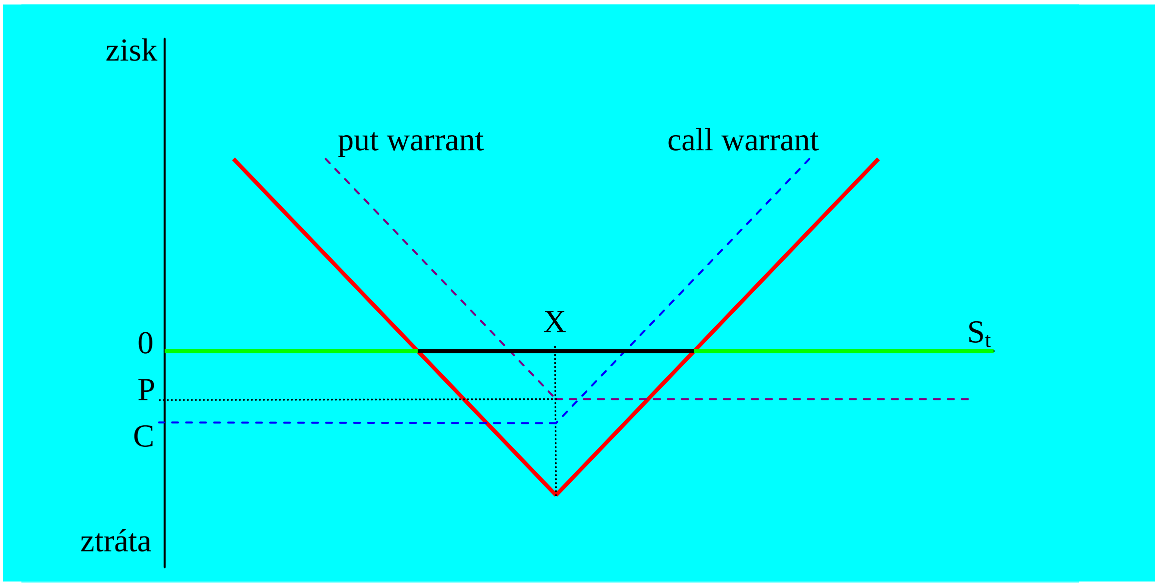
Z tabulky lze vidět, že jediným intervalem, kdy ani call ani put warrant nevydělává a celkový výsledek z vypořádání obou warrantu je nulový, je interval, kdy se spotová cena podkladového aktiva nachází mezi break-even obou warrantů. Z této vlastnosti plyne možnost kombinovat put a call warranty a docílit tak zajímavých profilů zisků a ztrát. Druhým stavebním kamenem pro kombinaci put a call warrantu je tzv. „put-call parita“. Hlavní myšlenkou put-call parity je, že dvě stejná portfolia, která mají stejnou hodnotu v budoucnosti, musí mít stejnou hodnotu i dnes. Zjednodušeně říká, že ceny call a put opce (stejně jako warrantu) se stejnou splatností, stejným podkladovým aktivem, vypořádací cenou a poměrem odběru jsou v jistém pevném poměru. Tento poměr lze vyjádřit následovně:

$$C + Xe^{-rT} = P + S,$$

kde C je cena call opce (warrantu), P cena put opce, S spotová cena podkladového aktiva a člen Xe^{-rT} vypořádací cena v den vypršení opcí (warrantů) diskontována do současnosti. Tato rovnice nám vlastně ukazuje, že za dodržení předpokladů efektivních trhů se dá cena put opce odvodit z ceny call opce. Porušením rovnice pak vznikají příležitosti arbitráže.

Straddle

První kombinací call a put warrantů, kterou popíšeme je tzv. „Straddle“ neboli vidlička. Jde o kombinaci call a put warrantu se stejnou splatností, stejnou vypořádací cenou a stejným podkladovým aktivem. Výsledný profil zisků a ztrát v den splatnosti bude vypadat takto:

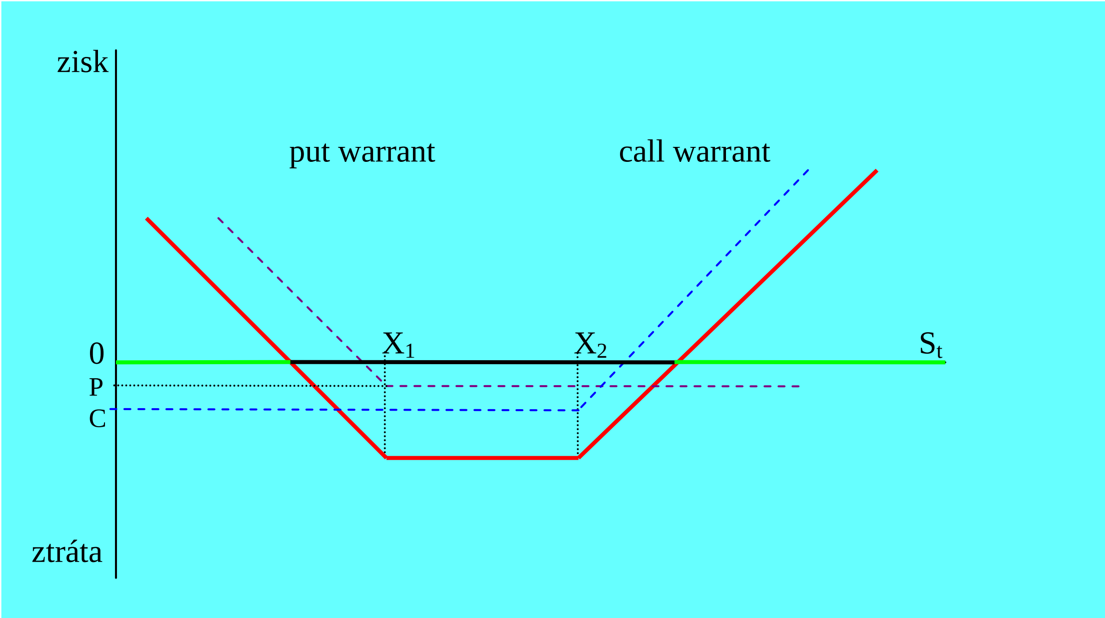


Obr. 1.3: *Straddle*

Z obrázku je patrno, že se nám vytvoří profil zisků a ztrát ve tvaru písmena V. Za oba warranty, jeden put a jeden call, zaplatíme P + C. Naše maximální ztráta se tedy rovná P + C a bude dosažena, pokud se v den splatnosti bude spotová cena podkladového aktiva rovnat ceně vypořádací. Body zlomu v tomto profilu jsou dva. Konkrétně X – (P + C) a X + P + C. Od těchto bodů směrem od vypořádací ceny pak naše investice začíná vydělávat.

Strangle

Zajímavou variantou kombinace „Straddle“ je kombinace call a put warrantu se stejným podkladovým aktivem, stejnou splatností, ale jinou vypořádací cenou (vypořádací cena u put warrantu je nižší než vypořádací cena u call warrantu). Tato kombinace nese označení „Strangle“ neboli vanička. Profil zisků pak vypadá takto:



Obr. 1.4: *Strangle*

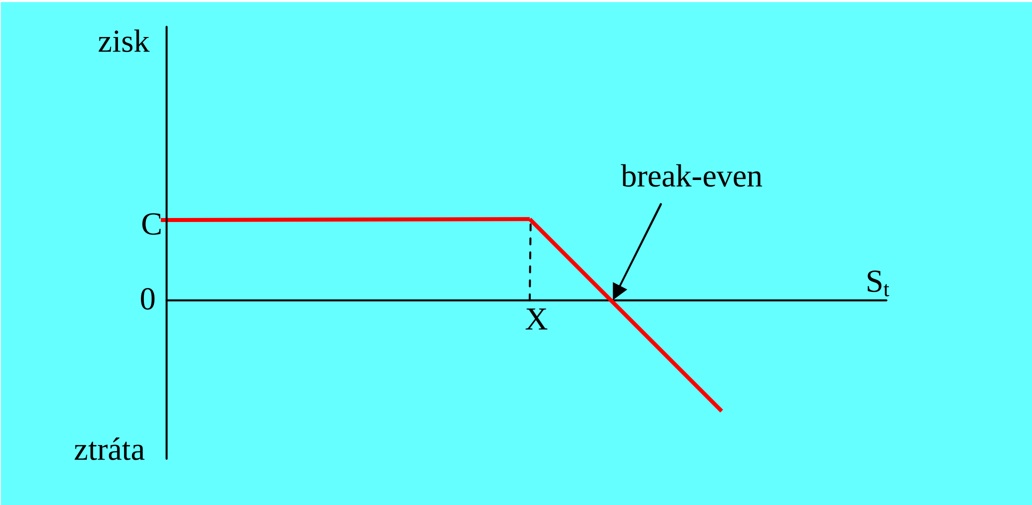
Oproti variantě „Straddle“ zaplatíme o něco méně za oba warranty, protože cena call warrantu klesá s rostoucí vypořádací cenou a cena put warrantu klesá se snižující se vypořádací cenou. Naše maximální ztráta je tedy o něco nižší. Dosáhneme ji však ne pouze v jednom bodě, nýbrž v celém intervalu { X_1; X_2 }. Cenou, kterou musíme zaplatit za nižší možnou ztrátu je pak delší interval ztráty (na obrázku černá čára) a kratší interval zisku (zelená čára).

Warranty můžeme kombinovat také s podkladovým aktivem a vytvářet tak syntetické pozice, které budou rozebrány dále v této kapitole. Bohužel, což vyplývá z vlastností warrantů, lze kombinovat pouze dlouhé pozice. Proto je možných kombinací daleko méně, než u opcí. Za tuto ztrátu však získáme možnost z pozice kdykoliv odstoupit, prodat warranty a získat aktuální tržní ceny.

1.4 Pozice emitenta

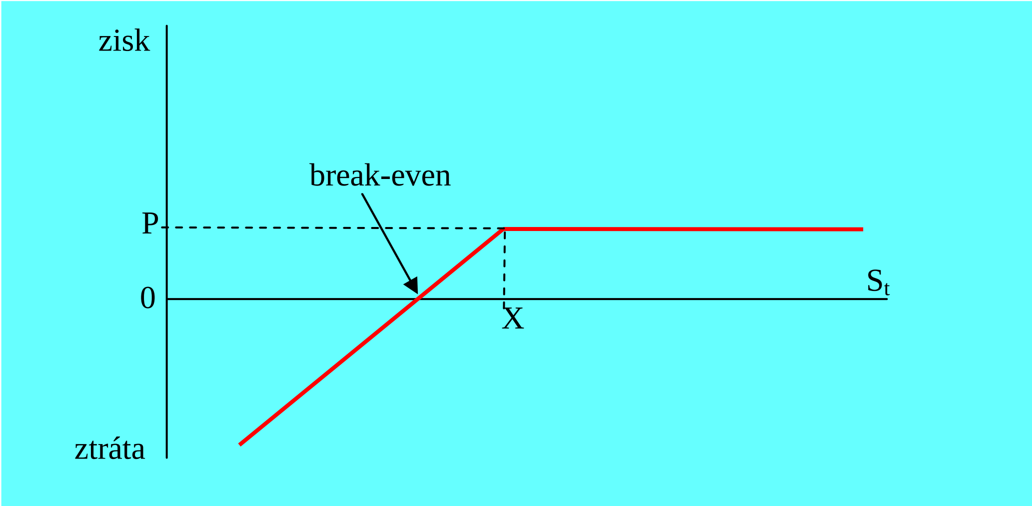
Až dosud jsme analyzovali warrant z pozice investora, tedy z dlouhé pozice. Pro pochopení, jak warranty fungují, je nezbytné znát i pozici a motivaci druhé strany, tedy emitenta. Emitent zaujímá ve warrantu krátkou stranu, pozici opačnou k investorovi. Tím, že emitent warrant emituje a prodá jej na trhu, prodá svoji povinnost podkladové aktivum za určitou cenu v budoucnu buď prodat (call warrant), nebo koupit (put warrant), pokud o to majitel warrantu požádá (a tedy warrant uplatní). Jak již bylo řečeno, většina dnes obchodovaných warrantů se vypořádává finančně, je-li warrant v penězích. A navíc, když neopouštíme hypotézu racionálních investorů, tak k uplatnění warrantu dojde pouze v den jeho splatnosti, protože v každém jiném případě může investor warrant prodat na burze a dostane za něj víc, než kdyby jej „pouze“ uplatnil.

Jak tedy vypadá pozice emitenta, rozhodne-li se emitovat call warrant? Ukažme si tuto situaci znovu na grafu výnosů a ztrát:



Obr. 1.5: *Pozice emitenta v call warrantu*

Vidíme, že emitent má oproti investorovi pozici zrcadlově otočenou podle osy x. Jeho výnos je omezený a činí C (cena, kterou dostane zaplacenou za call warrant) a jeho ztráta v případě prudkého růstu podkladového aktiva je neomezená. Pozici emitenta v případě put warrantu ukazuje následující graf:



Obr. 1.6: *Pozice emitenta v put warrantu*

Znovu vidíme zrcadlově obrácenou pozici emitenta oproti investorovi. V obou případech je emitentův maximální zisk cena warrantu (opční prémie), kterou dostane za prodej warrantu a maximální ztráta je téměř neomezená.[12] Emitentova pozice je tedy zdánlivě velmi nevýhodná. Proč by emitent měl chtít emitovat warrant? Emitent se totiž proti ztrátě plynoucí z warrantu může zajistit. Předpokládejme například, že emitent emituje call warrant. Předpokládejme rovněž, že si emitent může pořídit call opci na stejné podkladové aktivum se stejnou splatností a stejnou vypořádací cenou. Pak by byla výsledná pozice emitenta nulová a mohl by těžit pouze z poplatků za obchodování.

Zajištění emitenta proti ztrátě však probíhá jinak. Pokud chceme toto zajištění popsat, potřebujeme znát pojem „opční delta". Opční delta je změna ceny opce (nebo též warrantu) se změnou ceny podkladového aktiva. Formálně lze tedy opční deltu zapsat do vzorce jako:

$$\Delta = dC/dS,$$

kde dC je změna ceny opce a dS změna ceny podkladového aktiva. Výpočet opční delty se provádí z Black-Scholesovy formule pro oceňování aktiv a budeme se mu věnovat v dalších kapitolách.[13] Delta se v praxi hojně používá pro zkoumání celých portfolií. Delta portfolia nám pak udává o kolik se změní hodnota portfolia, jestliže se změní cena určitého aktiva o jednotku. Pokud je např. delta portfolia složená z call warrantů na akcii ČEZu rovna 0,8,

[12] V případě put warrantu je emitentova maximální ztráta rovna X – P.
[13] Viz Black a Scholes, 1973

znamená to, že pokud cena akcie ČEZu na burze vzroste o 1 CZK, pak hodnota našeho portfolia vzroste o 0,8 CZK. V případě call warrantů je delta pozitivní, v případě put warrantů negativní, protože cena put warrantu je s cenou podkladového aktiva korelována negativně.

Jak tedy může emitent s použitím delty zajistit svoji krátkou pozici ve warrantu proti ztrátě? Emitent obdrží za emisi a prodej warrantů jejich cenu. Pokud by však podkladové aktivum vzrostlo nad (resp. kleslo pod) break-even, stává se investice pro emitenta ztrátovou. Navíc je tato ztráta neomezená. Emitent však zároveň může koupit nebo nakrátko prodat podkladové aktivum tak, aby zvýšil nebo snížil deltu celého svého portfolia. Delta podkladového aktiva, např. akcie ČEZu je rovna 1 a delta, jíž se bude emitent snažit dosáhnout je nula. Portfolio, které má nulovou deltu se nazývá delta neutrální portfolio. V takovém případě pohyb ceny podkladového aktiva nebude mít vliv na hodnotu portfolia. Jak to bude vypadat v praxi? Pokud emitent chce zajistit svou krátkou pozici v call warrantech, pak musí prodat nakrátko určité množství podkladového aktiva tak, aby se výsledná delta celého portfolia rovnala nule. Pokud tedy emitent vypsal call warranty na 1000ks akcií ČEZu s deltou 0,5, pak aby docílil delta neutrálního portfolia, musí prodat krátce 0,5 x 1000 = 500ks akcií ČEZu. Obdobně u put warrantu se stejnými parametry by emitent musel koupit 500ks akcií. Tato operace se nazývá „delta hedging“ a emitenti díky ní odstraňují riziko neomezené ztráty.

Podrobněji se pozici investora a emitenta budeme zabývat v dalších částech práce, kde popíšeme oceňování warrantů a označíme problémy s tím spojené.

1.5 Použití warrantů

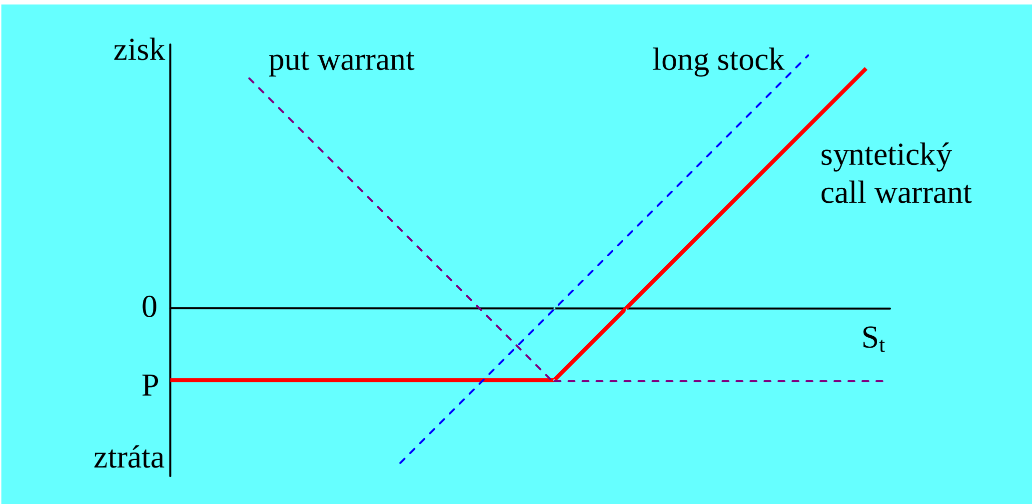
Warranty se v praxi používají ke dvěma účelům. Jednak ke spekulaci a pak k zajištění proti ztrátě, čili hedgingu.

Spekulace

Při spekulaci s warrantem investor nakupuje call nebo put warranty a sází tak na růst (resp. pokles) podkladového aktiva. Využívá u toho tzv. „finanční páku“. Tedy vlastnost opcí a warrantů, díky níž může investor při správném pohybu podkladového aktiva vydělat víc, než při investici přímo do podkladového aktiva. Finanční páka je podle definice prostředek, při jehož použití se při investici určité sumy vystavujeme výnosům a ztrátám ze sumy vyšší. Motivace obchodníků s warranty je tedy zřejmá: při užití malých finančních částek a při omezení maximální ztráty investováním do warrantů využívat výkyvů pokladového aktiva tak, jako kdybychom investovali přímo do podkladového aktiva sumu několikanásobně vyšší. O kolik je třeba investovat víc do podkladového aktiva než do warrantu, abychom docílili stejných zisků či ztrát, nám udává ukazatel „gear“ nebo „gearing“. Pokud „gear“ vynásobíme deltou warrantu, získáme tzv. „leverage“[14] (páku), tedy ukazatel, který nám říká, kolikrát více vyděláme nebo proděláme investicí do warrantu, než kdybychom stejnou sumu investovali do podkladového aktiva.

Zajištění (hedging)

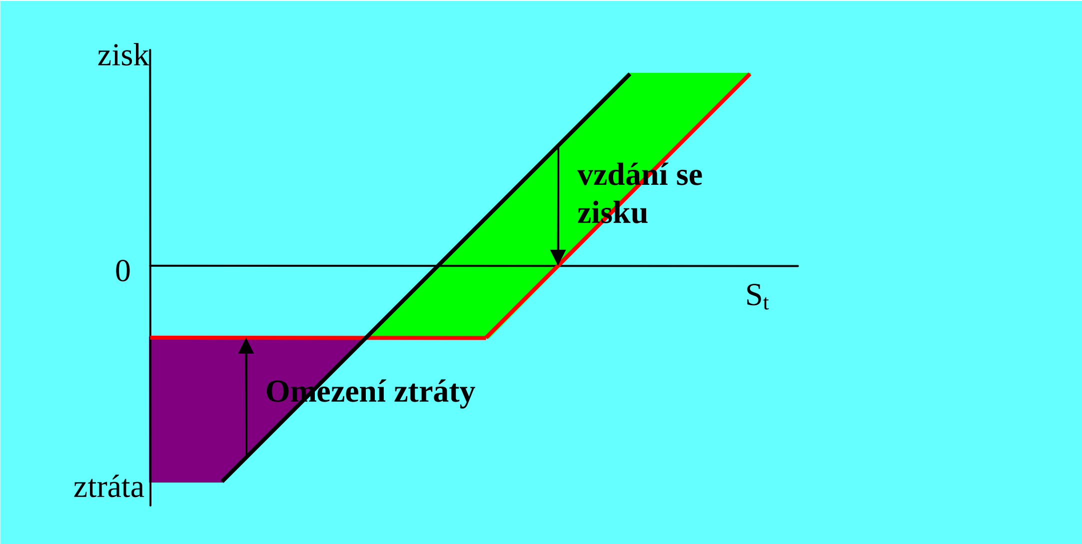
Další zajímavou možností, jak využívat warranty, je zajištění např. akcií proti velkým ztrátám. V předchozím textu byly zmíněny syntetické pozice investorů. Syntetické pozice můžeme docílit kombinací warrantu s podkladovým aktivem. Pokud například koupíme jednu akcii a zároveň koupíme jeden put warrant na tuto akcii, získáme pozici, která v den splatnosti warrantu bude výnosově vypadat takto:



Obr. 1.7: *Syntetická dlouhá pozice v call warrantu*

[14] Zde se trochu rozchází názvosloví opcí a warrantů, kde u opce je leverage a gear vyjádření pro stejnou veličinu, akorát gear se používá spíše na americkém kontinentě. U warrantů se rovněž můžeme v německy mluvících zemích setkat s výrazem „omega“ místo leverage.

Na grafu je patrno, že při investici do samotného podkladového aktiva (např. akcie) je naše ztráta daná ztrátou samotného aktiva a její maximální výše je 100% naší investice. Pokud si však k akcii koupíme put warrant, omezíme maximální ztrátu. Pokud se např. vypořádací cena put warrantu rovná spotové ceně podkladového aktiva, za kterou jsme aktivum koupili, pak naše maximální ztráta je cena zaplacená za put warrant. Zisk je neomezený, avšak oproti přímé investici do podkladového aktiva bude nižší právě o cenu put warrantu. Tímto způsobem jsme omezili maximální ztrátu za cenu vzdání se části zisku.



Obr. 1.8: *Zajištění pomocí put warrantu*

Na grafu vidíme jak omezený zisk, tak ztrátu. Nutno podotknout, že tato zajišťovací strategie je v praxi hojně využívána. Stejně jako zisk z akcie lze zajistit i např. měnové riziko. Na grafu je ukázáno dokonalé zajištění. Tedy situace, kdy je na jednu akcii použit jeden put warrant jako zajišťovací instrument. Avšak v praxi se můžeme setkat s nedokonalým nebo neúplným zajištěním, kdy je počet zajištěných akcií menší než počet akcií v portfoliu. Omezená ztráta pak bude větší, než v případě dokonalého zajištění, na druhou stranu však docílíme většího zisku v případě pozitivního vývoje.

Dalšími kombinacemi podkladového aktiva a warrantu lze docílit dalších zajímavých profilů výnosů, např. kombinací call warrantu a podkladového aktiva prodaného nakrátko získáme syntetickou put opci, tedy takový profil výnosů, který je shodný s profilem výnosů put opce příslušných vlastností.

1.6 Alternativa k warrantům – Turbo (knock-out) certifikáty

Pokud popisujeme warranty jako novodobý trend ve spekulacích pro drobné investory, je nutno rovněž zmínit jednu alternativu k warrantům. Touto alternativou a do jisté míry konkurentem jsou warrantům tzv. „knock-out“ neboli „turbo“ certifikáty. Certifikáty jsou poměrně moderní finanční produkty. Z formálního hlediska se jedná o dlužní úpisy[15]. Z pohledu investora se pak jedná o cenný papír, který nám umožňuje investovat do určitého investičního nápadu. Certifikáty fungují v podstatě tak, že emitentovi tohoto produktu půjčíme do splatnosti certifikátu určité finanční prostředky a za odměnu pobíráme zisk, který se obvykle odvíjí od podkladového aktiva. Jak se náš zisk od podkladového aktiva odvíjí, to závisí na druhu certifikátu. Investora pak zajímá pouze skutečnost, že sleduje vývoj podkladového aktiva a na základě růstu nebo poklesu jeho ceny dosáhne zisku nebo ztráty. Certifikáty jsou většinou konzervativnější investiční instrumenty, díky nimž obvykle získáme lepší nebo minimálně stejný poměr „očekávaný zisk“/ „riziko ztráty“ jako u akcií. Emitenty certifikátů bývají, stejně jako u warrantů, velké finanční instituce. I zde je proto zaručena dostatečná likvidita pro obchodníky.

Zvláštní podskupinu certifikátů pak představují turbo (knock-out) certifikáty[16]. Jedná se (stejně jako u warrantů) o pákové produkty. Podílíme se tedy na vývoji podkladového aktiva, který odpovídá vyšší, než skutečně investované částce. Turbo certifikáty jsou produkty výrazně rizikovější než akcie, ovšem na druhou stranu nám v případě správného pohybu podkladového aktiva umožňují dosáhnout daleko vyšších zisků. Existují dva základní druhy turbo certifikátů, a sice „turbo long“ a „turbo short“[17]. Turbo long certifikátem spekulujeme na růst podkladového aktiva, kdežto turbo short certifikátem na pokles. Turbo certifikáty jsou produktem novějším než warranty a vznikly z požadavku investorů na transparentní ocenění pákových produktů. Turbo certifikátů je celá škála a stále se objevují nové, inovativní produkty. Jelikož je tato práce zaměřena spíše na problematiku warrantů, fungovní turbo certifikátů v této práci pouze nastíníme.

---

[15] Pro podrobnější zařazení viz zákon č. 246/2004 Sb.

[16] Pro zjednodušení budeme dále v textu používat pouze označení „turbo certifikáty“.

[17] Názvosloví turbo certifikátů není natolik sjednocené jako názvosloví warrantů, můžeme se tedy u různých emitentů setkat nejen s různými názvy turbo certifikátů (KO, Waves, Mini Futures), nýbrž i s různým označením spekulace na růst (long, bull, call) či na pokles (short, bear, put), dále v textu používáme pouze označení long a short.

Jak fungují tyto certifikáty? Každý turbo certifikát má několik parametrů: datum splatnosti, poměr odběru, strike (vypořádací cena), stop-loss hranici a označení long/short. Většina parametrů má funkci stejnou, jako odpovídající parametr u warrantů. Největší odlišností je tzv. „stop-loss“ hranice, která v případě prolomení způsobí neplatnost certifikátu a tedy ztrátu části či dokonce celé investice. Už zde začínají rozdíly mezi jednotlivými druhy certifikátů. Z hlediska strike a knock-out hranice je lze rozdělit do dvou tříd: (i) certifikáty, u nichž je stop-loss hranice totožná se strike[18] a (ii) certifikáty, u nichž se tyto dvě hranice různí.

Spekulace na růst: „turbo long certifikáty“

Ukažme si chování turbo long certifikátu. U tohoto druhu bude v den emise stop-loss hranice i strike pod aktuálním spotovým kurzem podkladového aktiva. Cena certifikátu bude tvořena podle vzorce:

$$P_{TL} = (S_t - X) + EC,$$

kde P_{TL} je kurz turbo long certifikátu, S_t spotový kurz podkladového aktiva, X strike neboli vypořádací cena a EC jsou náklady emitenta na emisi a zajištění své pozice[19] (tyto náklady většinou tvoří nepodstatnou část ceny certifikátu, a proto je pro zjednodušení nebudeme dále zohledňovat). Tento vzorec je možno uplatnit v kterýkoliv okamžik životnosti certifikátu až do jeho vypršení a investor si tak může kdykoliv přesně vypočítat, co se stane s jeho pozicí, pokud se pohne cena podkladového aktiva. Jinými slovy, delta turbo certifikátu je konstantní a rovná téměř jedné[20], stejně jako delta podkladového aktiva.

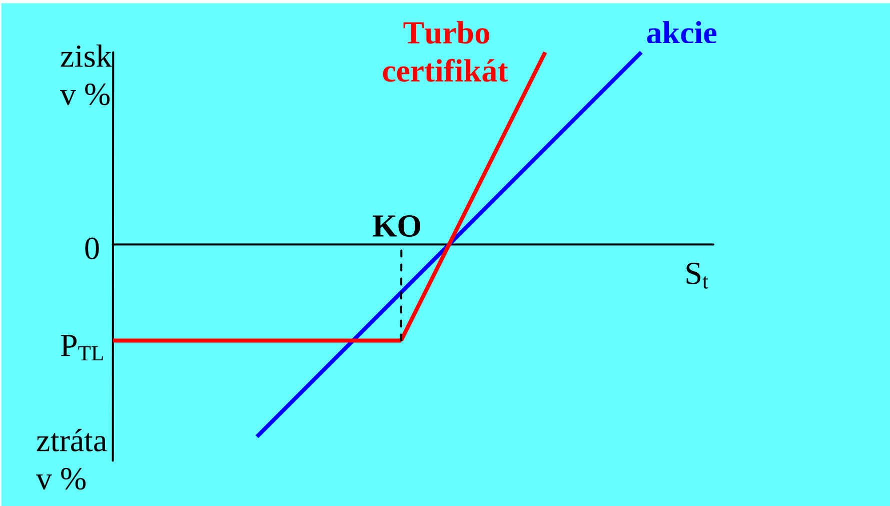
Ukažme si nejdříve, jak funguje certifikát s knock-out bariérou, tedy takový certifikát, kde se stop-loss hranice rovná hodnotě strike. Jak již víme, knock-out bariéra je v den emise pod

[18] U takovýchto certifikátů se pak stop-loss hranice nazývá knock-out bariéra

[19] Náklady emitenta na emisi turbo certifikátu jsou tvořeny úrokem za částku, která odpovídá strike hodnotě. Představme si turbo-certifikát jako maržový obchod. Emitent půjčí investorovi částku ve výši hodnoty strike a za to účtuje úrok. Zbytek do aktuální ceny doplatí investor a za celou částku se nakoupí podkladové aktivum. Úrok za půjčené peníze je započten do ceny turbo certifikátu jako jakási přirážka.

[20] Slovo „téměř“ je zde uvedeno, protože za certifikát jsou zaplaceny i úroky. Pokud by emitent nepřenášel na investora své náklady, byl by kurz certifikátu roven rozdílu mezi spotovou cenou podkladového aktiva a strike a delta certifikátu by byla rovna přesně jedné

spotovým kurzem podkladového aktiva. Cena certifikátu bude tvořena rozdílem mezi aktuální tržní cenou podkladového aktiva a knock-out bariérou. Největší riziko turbo certifikátu spočívá v tom, že stačí, aby se cena podkladového aktiva „dotkla“ knock-out bariéry (v případě turbo long shora) a okamžitě ztrácíme celou naši investici. S certifikátem se okamžitě zastaví obchodování, emitent rozváže svou zajišťovací pozici a certifikát se stává navždy bezcenným. Ani v případě, že cena podkladového aktiva vzroste zpět nad knock-out bariéru, se s certifikátem nezačne znovu obchodovat. Tato vlastnost turbo certifikátů tuto skupinu finančních produktů výrazně odlišuje od derivátů typu opce a řadí je spíše do rodiny futures. Ukažme si srovnání profilu zisků a ztrát podkladového aktiva a turbo long certifikátu:



Obr. 1.9: *Výnosy a ztráty turbo long certifikátu*

Ke grafu je nutný určitý komentář. I když na první pohled je profil zisků a ztrát totožný s profilem call warrantu, jsou zde určité odlišnosti, které mají podstatný vliv na konečný zisk či ztrátu. Za prvé, graf turbo long certifikátu se nevztahuje ke dni splatnosti, nýbrž ke každému dni životnosti certifikátu.[21] Profil turbo certifikátu se vztahuje k případu, kdy cena podkladového aktiva je rovna bodu, který odpovídá break-even bodu v profilu call warrantu. Cena turbo-long certifikátu je P_{TL} a na grafu je označena na ose y, kde vidíme zisky a ztráty v procentuálním vyjádření. A konečně v okamžiku, kdy cena podkladového aktiva klesne na či pod knock-out bariéru turbo long certifikátu, ztrácíme celou naši investici a to i v případě,

[21] Zde musíme poznamenat, že životnost certifikátu může být předčasně ukončena tím, že cena podkladového aktiva protne knock-out bariéru.

že vyroste zpět nad tuto bariéru do splatnosti certifikátu. U call warrantu cena podkladového aktiva může bez rizika okamžité ztráty celé investice oscilovat kolem vypořádací ceny.[22]

Jak budou zisky a ztráty vypadat u certifikátu, který má stop-loss hranici různou od hodnoty strike? Zde to bude vypadat velmi podobně, ale s jedním rozdílem. Při proražení stop-loss hranice se, stejně jako u knock-out bariéry, s certifikátem zastaví obchodování. Následně emitent rozváže svou zajišťovací pozici na futuritních trzích. Na rozdíl od knock-out bariéry zde existuje tzv. „zbytková hodnota“, tedy rozdíl mezi stop-loss hranicí a hodnotou strike. Tato zbytková hodnota byla investorem zaplacena jako část ceny certifikátu a jsou tedy dvě možnosti, co se se zbytkovou hodnotou bude dít:

(i) Emitent ukončí obchodování s certifikátem a začne certifikáty vypořádávat. Pro investora to znamená, že mu bude vyplacena zbytková hodnota. Nepřijde tedy o celou svou investici, ale pouze o její část.

(ii) Emitent obchodování s certifikátem pouze zastaví, načež zbytkovou hodnotu po rozvázání stávající zajišťovací pozice reinvestuje zbytkovou hodnotu do nové zajišťovací pozice. V průběhu úprav lze certifikát prodat, ale pouze za jeho zbytkovou hodnotou. Po několika minutách až hodinách je upravena stop-loss bariéra hranice strike a poměr odběru tak, aby obě úrovně odpovídaly nové zajišťovací pozici. Následně je proveden tzv. „restart“ certifikátu, čili je obnoveno obchodování, avšak již s novými hodnotami.

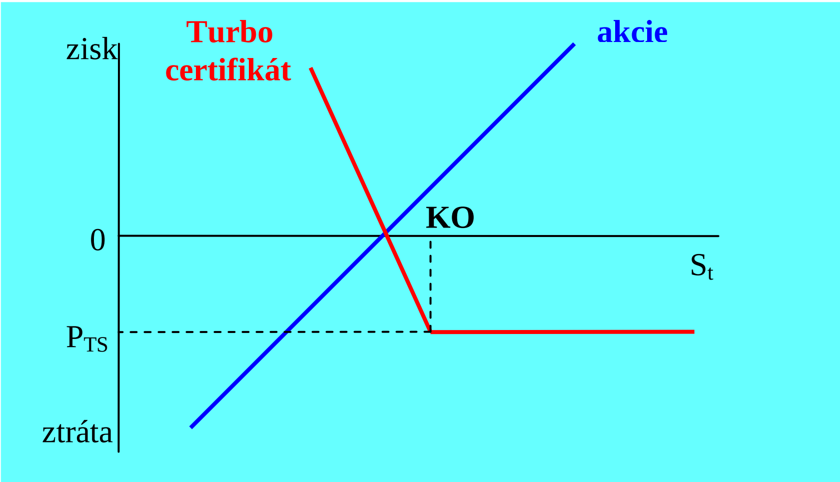
Máme tedy dva případy, co se může dít s certifikátem. Někteří emitenti mají certifikáty, s nimiž se i po proražení stop-loss hranice obchoduje, jiní zase ukončují obchodování s certifikátem okamžitě. Díky těmto inovacím dnes známe i nejrizikovější certifikáty bez splatnosti, čili „open end“.

[22] Připomínáme, že jedním z předpokladů našeho turbo long certifikátu je, že knock-out = vypořádací cena (strike)

Spekulace na pokles: „turbo short certifikáty“

U turbo short certifikátu je situace obdobná. I zde se můžeme setkat s produkty, které mají strike roven stop-loss hranici, takže i tady hovoříme o knock-out bariéře, nebo s produkty, u kterých se obě hranice liší. Rozdíl je úplně stejný jako u turbo long certifikátů.

Profil zisků a ztrát se podobá profilu put warrantu. V případě turbo short je strike a knock-out hranice v den emise nad aktuální spotovou cenou podkladového aktiva, a tudíž pro ztrátu celé investice je nutné prolomení knock-out hranice zespoda. Ztráty a zisky ilustruje následující graf:



Obr. 1.10: *Výnosy a ztráty turbo short certifikátu*

Obdobně jako v případě turbo long, i zde platí stejné odlišnosti, tentokráte však od put warrantu.

Cena turbo short certifikátu je tvořena podle vzorce:

$$P_{TS} = (X - S_t) + EC,$$

kde P_{TS} je cena certifikátu. Turbo short certifikátem za využití efektu finanční páky spekulujeme na pokles podkladového aktiva.

Inovace: Produkty s „konstantní pákou"

U warrantů, stejně jako u turbo certifikátů, se setkáváme se zajímavým fenoménem, a sice pohyblivou „pákou", čili proměnlivým násobkem výnosů oproti podkladovému aktivu. Páka se bude snižovat tím víc, čím dále od hodnoty strike se bude pohybovat spotová cena podkladového aktiva. Pokud si investor pořídí turbo long certifikát a podkladové aktivum bude růst (tedy se pohybovat požadovaným směrem), investor začne vydělávat. Avšak s tím, jak se bude zvyšovat hodnota certifikátu, bude se snižovat i páka, protože delta certifikátu zůstává konstantní. Spousta investorů si přeje, aby páka zůstala vysoká a snižující se páka u certifikátů je nutí stále prodávat a kupovat nové produkty. V posledních letech přišli někteří emitenti certifikátů se zajímavou inovací, s certifikáty s konstantní pákou. První s tímto druhem produktů přišla banka „Goldman Sachs". Její certifikáty s konstantní pákou se jmenují „rolling turbos", proto i my dále v textu použijeme toto označení.

Jak takový certifikát funguje? Nejlépe to můžeme vysvětlit na příkladu. Dejme tomu, že si investor koupí rolling turbo long certifikát na německý index DAX30[23] s pákou 20 a poměrem odběru 1. Uvažujme pro zjednodušení hodnotu indexu 6000 bodů[24]. Pokud chceme mít páku 20, musíme nastavit hodnotu strike tak, aby nám při růstu indexu o 1% vzrostla hodnota certifikátu o 20%. Hodnotu strike vypočítáme následovně:

6000 – 6000/20 = 5700 bodů

Hodnota certifikátu pak bude rovna (pokud neuvažujeme úroky) 300EUR[25]. Pokud nám index vzroste v průběhu obchodního dne o 1%, tedy na 6060 bodů, bude hodnota certifikátu rovna 360EUR. Certifikát nám tedy vzrostl v absolutním vyjádření o stejnou hodnotu jako samotný index, avšak v procentuálním vyjádření je to dvacetinásobek. Co se stane, pokud nám další obchodní den index vyroste o další procento? Jeho hodnota se zvýší na 6120,6 bodů, hodnota certifikátu se tedy zvýší na 420,6EUR. V procentuálním vyjádření nám index vzrostl znovu o 1%, avšak tentokrát se hodnota certifikátu zvýšila pouze o 16,8%. Aby emitent zamezil

[23] Index DAX30 je jedno z nejčastějších podkladových aktiv, je to německý index třiceti největších německých akciových titulů.

[24] Pro účely investování do indexu pomocí certifikátů a warrantů je dáno, že 1 bod = 1 EURO.

[25] 6000 – 5700 = 300

„ztrátě“ části páky, upraví po ukončení obchodování[26] v prvním dni hodnotu strike tak, aby páka zůstala zachována. Nový strike tak bude:

6060 – 6060/20 = 5757 bodů

Díky této operaci se však snížila hodnota certifikátu z 360EUR na 303EUR. Aby byla zachována původní cena certifikátu, musí emitent rovněž změnit poměr odběru. Nový poměr odběru bude přibližně roven 1,188. Bohužel se změnou poměru odběru je nutno změnit adekvátním způsobem i zajišťovací pozici emitenta. Emitent tedy bude muset dokoupit 0,188 jednotek indexu DAX30 tak, aby byl znovu plně zajištěn. S tímto nákupem jsou spojeny náklady v podobě „spreadu“[27]. Tyto náklady emitent přenese na investora v podobě dalšího upravení poměru odběru, tentokrát směrem dolů. Takto upravený certifikát je během několika minut restartován a znovu připraven k obchodování. Stejná procedura se děje i v případě, že hodnota indexu DAX30 v průběhu dne poklesne. Pokud se prolomí hodnota stop-loss, která i v tomto případě může být rovna (popř. vyšší) hranici strike, záleží na podmínkách certifikátu, zda je vyplacena zbytková hodnota ihned nebo zda se reinvestuje znovu do zajištění a s certifikátem se bude dále obchodovat.

1.7 Turbo (knock-out) certifikát vs. warrant

Na konec první kapitoly shrneme hlavní rozdíly mezi turbo certifikáty a warranty. Shodnými rysy obou produktů je jejich určení zejména pro drobné investory, využívání finanční páky k dosažení nadprůměrných výsledků a existence spekulativních nástrojů jak na růst, tak na pokles podkladového aktiva. Stejná je rovněž paleta podkladových aktiv stejně jako většina základních parametrů. Největší odlišnosti ukazuje následující tabulka:

---

[26] Certifikát se přeceňuje až po ukončení obchodování s podkladovým aktivem proto, aby byla hodnota podkladového aktiva naprosto pevně dána, aby se tedy v průběhu přeceňování neměnila.

[27] Spread je rozdíl mezi nákupní a prodejní hodnotou.

Rozdíl	**Warrant**	**Turbo certifikát**
Hrozba ztráty celé investice před splatností	Ne, pouze kreditní riziko	Ano, pokud cena podkl. aktiva protne knock-out
Ocenění	Složitými vzorci, převažuje Black-Scholesova formule	Jednoduše $P_L=(S_t - X) + EC$, $P_S = (X - S_t) + EC$
Možnost hedgingu	Ano, zajištění pozice, zajištění měnového rizika	Ne
Faktory ovlivňující cenu produktu	S_t, volatilita, úroková míra, strike, datum splatnosti	S_t, strike

Tab. 1.3: *Rozdíly mezi warrantem a turbo certifikátem*

Největší výhodou turbo certifikátů oproti warrantům a opcím je, že investor si může certifikát kdykoliv ocenit jednoduchým vzorcem, což přispívá k transparentnosti tvoření ceny produktu. Oproti tomu warranty jsou sice oceňovány složitějšími formulemi, ve kterých se používá pravděpodobnostních počtů (a tudíž je jejich ocenění pro investory dosti netransparentní[28]), na druhou stranu však při investici do warrantu nehrozí téměř žádné riziko ztráty celé investice před splatností. Warrant totiž bude mít vždy nějakou, i když minimální hodnotu. Mezi těmito dvěma nedokonalými substituty tedy existuje trade-off mezi rizikem absolutní ztráty v průběhu životnosti a transparentností ocenění a je na každém investorovi, kterou alternativu si zvolí.

[28] Pravděpodobnost zisku může každý emitent spočítat trošku odlišně

2. Oceňování warrantů

2.1 Jak ocenit warrant?

V předchozí kapitole jsme vysvětlili, co je warrant a jakou má funkci. V této kapitole se budeme zabývat problémem, jak efektivně a spravedlivě ocenit warrant. Jak již bylo řečeno, i v této kapitole se budeme zabývat pouze warrantem jako cenným papírem obchodovaným na burze. Z tohoto pohledu je warrant téměř totožný s opcí, proto i oceňovací metody jsou shodné. Proč? Warrant z ekonomického hlediska znamená stejný zisk či stejné riziko ztráty jako opce, proto i jeho hodnota by měla být totožná s opční prémií.

Na začátek celé této kapitoly je nutno představit několik faktů o ceně warrantu obchodovaného na burzách cenných papírů. Za prvé, při emisi si cenu warrantu určuje emitent, kterýkoliv oceňovací model je tak postaven do roviny pouze teoretické a umožňuje nám jen porovnat, jak „férově“ emitent warrant při emisi ocenil. Dále, warranty jsou obchodovány na burze i na mimoburzovním trhu (zde se obchoduje přímo s emitentem daného warrantu). Na burze určují cenu warrantu nabídka a poptávka, na mimoburzovním trhu pak upravuje cenu emitent. Emitent, samozřejmě, určí cenu blízkou či rovnou ceně tržní, jinak by se vystavoval arbitrážové příležitosti. A nakonec, každý emitent má vlastní systém oceňování warrantů. Široce se sice používá B-S model, ovšem logicky si každý emitent svou oceňovací metodu chrání obchodním tajemstvím. Proto není cena warrantu totožná s cenou vypočítanou z B-S modelu.

Popíšeme několik metod oceňování opcí, které se samozřejmě dají používat i při oceňování warrantů. První popsanou metodou je binomický model oceňování opcí, který jako jediný z popsaných modelů pracuje v diskrétním čase. Druhou, nejdůležitější a doposud nejpoužívanější metodou, je tzv. Black-Scholesova (B-S) formule pro oceňování opcí. Tento model je hojně využíván především kvůli své „jednoduchosti“, bohužel je však postaven na naprosto nereálných předpokladech, jako jsou normálně rozdělené výnosy aktiv, spojitý vývoj cen aktiv, konstantní volatilita, dokonalost trhů, kontinuální obchodování s podkladovým aktivem, atd. Už z popisu předpokladů je zřejmé, že v naprosto drtivé většině všech případů není možné splnit všechny předpoklady. Proto je (i přes svou „sympatičnost“) Black-Scholesova formule nevyhovující a má tendenci opční prémii zkreslovat.

Od roku 1973, kdy pánové Fischer Black a Murén Scholes uveřejnili svůj model, se objevilo bezpočet oceňovacích formulek, které více či méně uvolňovaly předpoklady původního B-S modelu. Je nad rámec této práce zabývat se většinou těchto modelů, ale určitě je povinností minimálně zmínit některé modely, které znamenaly nesporný posun v realističnosti oceňování finančních derivátů. Prvním takovým modelem je „Jump-diffusion“ model, který dokáže pracovat se skoky v ceně podkladového aktiva. Tyto skoky jsou způsobeny především příchodem nějaké kurzotvorné významné informace, která způsobí náhlý pokles či vzestup ceny aktiva. Tento model tedy uvolňuje předpoklad B-S modelu, že cena aktiv se vyvíjí spojitě. Dalším důležitým posunem směrem k realističnosti byla třída modelů se stochastickou volatilitou a/nebo úrokovou mírou: V původním B-S modelu byl jako nejnerealističtější předpoklad zmíněn předpoklad konstantní volatility. Samozřejmě stejně jako cena aktiva se v čase vyvíjí i volatilita. Modely se stochastickou volatilitou se snaží tak či onak modelovat vývoj volatility. Za jeden z nejúspěšnějších modelů chování volatility je považován GARCH model. Stejně tak modely, ve kterých vystupuje stochastická úroková míra se snaží vývoj této veličiny modelovat a uvolňují tak předpoklad konstantní úrokové míry v čase. Naprosto nejmodernějším přístupem je používání Esscherových transformací[29] při oceňování derivátů. Výhodou je, že se tyto transformace dají aplikovat na širokou škálu rozdělení a je tedy uvolněn předpoklad log-normality výnosů.

Posledním popsaným modelem, který zatím znamenal největší skok od předpokladů B-S modelu, je „zobecněný hyperbolický model“. Tento model jako jediný z celé škály uvolňuje předpoklad normality výnosů. Zde se pracuje s poměrně novým, a to zobecněným hyperbolickým rozdělením, které daleko lépe popisuje rozložení výnosů.

Cena opce (stejně jako cena warrantu), neboli opční prémie, je tvořena dvěmi částmi, **vnitřní** a **časovou hodnotou**. Vnitřní hodnota opce je snadno určitelná ve kterýkoliv okamžik životnosti opce. Je dána vzorcem:

$VH_C = max\{ S - X; 0 \}$ pro call opci a

[29] Viz např. Carr a Madan (2000) nebo Borak, Detlefsen a Härdle (2005)

$VH_P = max \{ X – S; 0 \}$ pro put opci.

Pokud by opce měla pouze vnitřní hodnotu, bylo by pro investora jednoznačně výhodné nakoupit opci. Mohl by si tak půjčit peníze bez jakéhokoliv úroku. Proto existuje i druhá část opční prémie, tzv. časová hodnota. Ta je platbou emitentovi opce za jeho riziko, že opce skončí do vypořádání v penězích. Časovou hodnotu můžeme nazvat „spekulativní hodnotou“. Problémem, se kterým se doposud nikdo nedokázal vypořádat, je přesné určení časové hodnoty. Tu můžeme zjistit pouze zpětně, a to odečtením vnitřní hodnoty od celkové opční prémie určené na trhu tržními silami. Právě v ocenění časové hodnoty (a v předpokladech, které toto ocenění provázejí) je rozdíl mezi jednotlivými oceňovacími modely. Rozeberme si jednotlivé modely podrobněji.

2.2 Binomický model

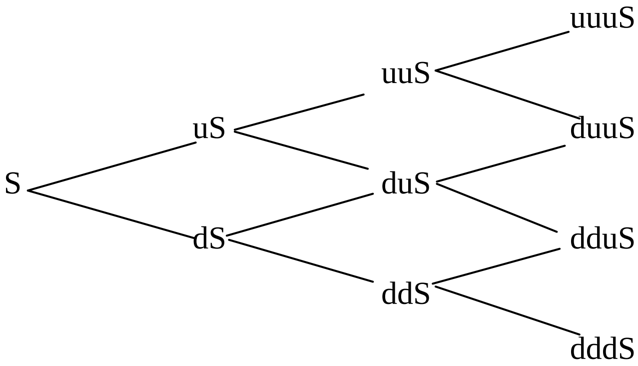
Prvním ze škály modelů, používaných k oceňování opcí, je binomický model. Jako jediný z představených modelů pracuje binomický model s diskrétním časem. Cena akcie je rozkouskována do mnoha časových okamžiků, kdy nás od předchozího okamžiku dělí malá změna času. Cena akcie tedy není modelována žádným matematickým či statistickým modelem. Binomický vzorec je již překonanou záležitostí, ovšem má stále své místo na několika webových serverech zabývajících se problematikou opcí, a to zejména při oceňování amerických opcí.

Předpoklady binomického modelu jsou buď nerealistické nebo natolik omezující, že staví model do roviny čistě teoretické, tudíž nepoužitelné v praxi. Největším problémem modelu je již zmíněná práce v diskrétním čase. Dnes se na hlavních světových burzách cenných papírů obchoduje kontinuálně a přestože se cena akcie nevyvíjí úplně spojitě[30], změny její ceny jsou na likvidních trzích tak malé, že lze cenu akcie modelovat spojitými modely (na rozdíl od diskrétního času je spojitý model jako např. geometrický Brownův pohyb obrovským skokem směrem ke každodenní realitě). Dalším nerealistickým předpokladem je, že se všichni aktéři trhu chovají naprosto racionálně, nemohou ovlivnit cenu podkladového aktiva, nejsou

[30] Cenu akcie lze nejlépe graficky znázornit jako malé skoky, které znázorňují přicházející nabídky či poptávky. Proto ani Brownův pohyb není zcela ideálním instrumentem pro modelování ceny akcie, je však dostatečně spolehlivý pro použití v oceňovacích modelech současnosti. Více k této diskuzi viz např. Eberlein a Keller (1995)

vypláceny dividendy, trhy jsou dokonalé a úroková míra je konstantní v čase. Ocenění opční prémie vysvětlíme na případu evropské opce nevyplácející dividendy.

Za těchto předpokladů binomický model tvrdí, že se cena akcie může vyvíjet dvěma směry. Buď nahoru nebo dolů. Binomický model pak modeluje cenu akcie před změnou a po změně takto:



Zde máme konstantní změny času. S je cena akcie, která za časový přírůstek vzroste o U% s pravděpodobností p nebo klesne o D% s pravděpodobností (1-p). Malá písmena jsou definována jako d ≡ 1 + D a u ≡ 1 + U.

Postup výpočtu opční prémie je zpětný z času T_x do času T_0. Celý výpočet vychází z předpokladu, že hodnotu opce v čase T_x známe. Poté postupujeme zpět ve stromu ceny podkladového aktiva (v tomto případě akcie) a to tak, že budeme vycházet z hodnoty delta neutrálního portfolia. Delta neutrálním portfoliem budeme v tomto případě nazývat portfolio složené z dlouhé pozice v akcii a krátké pozice v call opci, která má jako podkladové aktivum drženou akcii. Delta neutrální pak znamená, že pohyb v ceně akcie nezpůsobí žádnou změnu v hodnotě portfolia[31]. Celá hodnota portfolia bude vypadat takto:

$$P = S + 1/\Delta * C,$$

budeme tedy držet dlouhou pozici v jednom podkladovém aktivu (jedné akcii) a krátkou pozici v 1/Δ kusech call opce. Z delta neutrality portfolia vyplývá:

[31] Jelikož je delta krátké pozice v kupní opci záporné, bude se hodnota krátké pozice v kupní opci pohybovat opačným směrem než hodnota dlouhé pozice v akcii. Delta neutrální portfolio má deltu rovnou nule, obě pozice se tedy navzájem neutralizují. Pokud vzroste cena akcie, vzroste sice hodnota dlouhé pozice v akcii, klesne však hodnota krátké pozice v call opci. Proč? S růstem ceny akcie roste cena call opce, zvětšuje se tedy pravděpodobnost, že call opce (evropská) skončí na konci životnosti v penězích a dojde k uplatnění opce. Zároveň tedy roste pravděpodobnost ztráty z této pozice. Celková hodnota portfolia tedy zůstane nezměněna.

$$\Delta uS – C_u = \Delta dS - C_d$$

Tato rovnice nám zaručí, že hodnota portfolia zůstane nezměněna. Pokud navíc vezmeme v úvahu náklady na držení pozice[32], získáme konečnou výplatní pozici z opce (musí být rovno výplatě z portfolia tak, aby výsledná pozice byla nulová):

$\Delta uS – C_u = P(1 + r_f)$ pro případ růstu ceny akcie a

$\Delta dS - C_d = P(1 + r_f)$ pro případ poklesu ceny akcie.

Ze všech vzorců pak můžeme složit cenu call opce v čase T_{x-1}, která v sobě zahrnuje pravděpodobnost jak růstu, tak poklesu ceny akcie:

$$C = \{[(1+r_f)-d]*C_u/[u-d] + [u-(1+r_f)]*C_d/[u-d]\}/(1+r_f),$$

kde p = [(1+r)-d]/[u-d]. Můžeme tedy přepsat do tvaru:

$$C = [p*C_u + (1-p)*C_d]/[1+r].$$

Dalším zpětným postupem ve stromu ceny akcie lze dostat rekurzivní vzorec, který lze použít pro výpočet ceny call opce ve kterýkoliv časový okamžik ve tvaru:

$$C = \left(\sum_{j=0}^{n} \frac{n!}{(n-j)!\,j!} p^j (1-p)^{n-j} \max\left\{0; u^j d^{n-j} S - X\right\} \right) / (1+r)^n$$

Cenu put opce pak odvodíme z tzv. „put-call parity“. Put-call parita je rovnice, která nám zjednodušeně říká, že stejně riziková portfolia by za stejných podmínek měla stát stejně. Získáme tak vztah, z něhož můžeme jednoduchým dosazením vypočítat cenu put opce, pokud známe cenu call opce. Pokud by tento vztah neplatil, vznikla by arbitrážová příležitost. Vztah má následující podobu:

$$P_t + S_t = C_t + Xe^{-rt}$$

[32] Náklady na držení pozice v tomto případě jsou především náklady příležitosti sumy, za kterou musíme koupit dlouhou pozici v akcii. Náklady tedy budou rovny bezrizikové úrokové sazbě. I v případě, že bychom prostředky neměly, uvažujeme půjčení za bezrizikovou úrokovou míru.

2.3 Black-Scholesův model

Dalším, dokonalejším vzorcem, který se používá pro oceňování opcí je Black-Scholesův model. V jeho prospěch hovoří několik faktů. Za prvé, Black-Scholesova formule používá spojitého času, což je asi největší skok oproti binomickému modelu. Za druhé, přestože odvození vzorce pro ocenění opční prémie je v Black-Scholesově modelu velmi matematicky sofistikovanou záležitostí, samotný vzorec je jednoduchý a snadno použitelný v praxi. Jediným složitějším matematickým úkonem je vyhledat hodnoty distribuční funkce normálního rozdělení v tabulkách, k čemuž ani není potřeba pochopit základy matematické pravděpodobnosti. Black-Scholesův oceňovací vzorec je vědomostmi dostupný široké mase investorů a velmi se rozšířil v praxi. Dnes se dá říct, že Black-Scholesův model je nejpoužívanějším ze všech modelů oceňování opcí. A to i přesto, že předpoklady tohoto modelu jsou značně omezující či úplně nerealistické.

Jaké jsou tedy nejdůležitější předpoklady se kterýma při ocenění opce Black-Scholesovou formulí počítáme?

(i) Výnosy následují geometrický Brownův pohyb, mají log-normální rozdělení

(ii) Volatilita je známa a je konstantní v čase

(iii) Bezriziková úroková míra je známa a je konstantní v čase

(iv) Pohybujeme se na dokonalých trzích, všichni hráči znají stejné informace, neexistuje arbitrážní příležitost atd…

Black-Scholesova formule pro oceňování opcí je postavena na několika základních kamenech. Prvním z nich je, že akcie je částice, která se pohybuje tzv. „Brownovým pohybem“. Brownův pohyb je Wienerův proces, můžeme jej zapsat v následujícím tvaru:

$\{S_t\}$ následuje Brownův pohyb, jestliže:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t,$$

kde W_t je Wienerův proces, μ trendová konstanta a σ směrodatná odchylka. Celý vzorec se dá aplikovat na případ ocenění aktiv jednoduchým dosazením:

$$\Delta P/P = \mu\Delta t + \sigma\Delta W,$$

Kde $\Delta P = P_{t+\Delta t} - P_t$, $\mu\Delta t$ je deterministický člen a $\sigma\Delta W$ stochastický člen. Drobnými úpravami získáme verzi rovnice ve spojitém čase:

$$dP/P = \mu\, dt + \sigma dW.$$

Z této rovnice pak aplikací Itoova lemmatu[33] a dalšími úpravami získáme diferenciální rovnici pro cenu C call opce:

$$dC = (\delta C/\delta t + \mu S\, \delta C/\delta S + \tfrac{1}{2}\sigma^2 S^2\, \delta^2 C/\delta S^2)dt + \sigma S\, \delta C/\delta S\, dW$$

Použitím bezrizikové úrokové míry můžeme přejít k „Black-Scholesově diferenciální rovnici“:

$$\delta C/\delta t + rS\, \delta C/\delta S + \tfrac{1}{2}\sigma^2 S^2\, \delta^2 C/\delta S^2 = rC$$

Díky rizikové neutralitě rovnice vůči emitentovi můžeme rovnici upravit. Výsledný tvar oceňovací formulky pak bude vypadat následovně:

$$C_t = S_t\, N(d_1) - X\, e^{-rt}\, N(d_2),$$

Kde N (…) značí normované normální rozdělení (normální rozdělení s nulovou střední hodnotou a jednotkovým rozptylem), X je vypořádací cena opce a:

$$d_1 = \frac{\ln(\frac{S_t}{X}) + (r - \delta + \frac{\sigma^2}{2})(T - t)}{\sigma\sqrt{T - t}}$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T - t}$$

[33] Viz Ito (1951)

Vzorec pro put opci dostaneme stejně jako v případě binomického modelu využitím put-call parity. Po dosazení rovnice put-call parity do Black-Scholesovy oceňovací formule získáme přímý vztah pro výpočet ceny put opce založený na Brownově pohybu:

$$P_t = X\, e^{-rt}\, N(-d_2) - S_t\, N(-d_1)$$

Odvození Black-Scholesova modelu je v této kapitole pouze nastíněno, podrobným odvozením se nemá cenu zde zabývat, jelikož toto odvození již bylo popsáno v nepřeberném množství jak cizojazyčných, tak domácích publikací. Podrobná analýza by tedy nebyla originální a zbytečně by narušovala strukturu práce[34].

Řecké míry v Black-Scholesově modelu

Řecké míry získaly svůj název podle písmen řecké abecedy, které je označují. Matematicky jde o derivace samotné Black-Scholesovy formule podle jednoho z parametrů. Intuitivně můžeme říct, že každá řecká míra udává citlivost celé oceňovací formule na jeden parametr (samozřejmě ceteris paribus). Můžeme tak zjistit, jak moc je warrant citlivý třeba na změnu úrokové míry. Matematicky vypadají řecké míry takto:

$delta^{Call} = \dfrac{\partial C}{\partial S} = N(d_1)$ je citlivost na změnu ceny podkladového aktiva,

$gamma^{Call} = \dfrac{\partial^2 C}{\partial S^2} = \dfrac{\partial delta^{Call}}{\partial S} = \dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp(-0,5 d_1^2) \cdot \dfrac{1}{S\sigma\sqrt{T-t}}$ je citlivost na změnu delty,

$theta^{Call} = \dfrac{\partial C}{\partial (T-t)} = -\left(Xr\exp(-r(T-t))N(d_2) + S\dfrac{\exp(-0.5 d_2^2 \sigma}{2\sqrt{2\pi(T-t)}} \right)$ je citlivost na změnu času do splatnosti warrantu,

$rho^{Call} = \dfrac{\partial C}{\partial r} = X(T-t)\exp(-r(T-t))N(d_2)$ je citlivost na změnu úrokové míry a konečně

$vega^{Call} = \dfrac{\partial C}{\partial \sigma} = S\sqrt{T-t}\,\dfrac{\exp(-0.5 d_1^2)}{\sqrt{2\pi}}$ je citlivost na změnu volatility.

[34] Pro podrobnější odvození slavné Black-Scholesovy formule je nejlépe prozkoumat Black a Scholes (1973)

Volatilita v Black-Scholesově modelu

V souvislosti s Black-Scholesovým modelem se v podstatě mluví o dvou typech volatility. První typ je **historická volatilita**. Je to skutečně vypozorovaná volatilita podkladového aktiva opce. Vypočítá se jako směrodatná odchylka kurzu podkladového aktiva. Historická volatilita je v Black-Scholesově modelu použita jako odrazový můstek pro výpočet volatility budoucí. Bohužel, jak již bylo zmíněno v předpokladech, Black-Scholesův vzorec počítá s konstantní volatilitou, což je předpoklad naprosto nerealistický. Volatilitu tedy nelze modelovat a pokud se objeví kurzotvorná informace o podkladovém aktivu, která zahýbe s volatilitou, musíme přehodnotit celý proces ocenění, popř. ocenit opci znovu s jinou volatilitou.

Druhým typem volatility, která se objevuje ve spojitosti s Black-Scholesovým vzorcem je tzv. **„implicitní“** neboli **„implikovaná volatilita“.** Jedná se o volatilitu, která je zpětně vypočtena z Black-Scholesovy formule po dosazení ceny podkladového aktiva, tržní ceny opce, vypořádací ceny, doby do splatnosti a bezrizikové úrokové míry. Pokud bychom chtěli implicitní volatilitu zdůvodnit významově, můžeme tvrdit, že to je volatilita, se kterou počítá Black-Scholesův vzorec. Pokud se od skutečné historické volatility volatilita implicitní významně odlišuje, pak je to znamení, že buď trh očekává příchod kurzotvorné informace o podkladovém aktivu, nebo je trh, na kterém se takto ohodnocená opce obchoduje značně nedokonalý. Pomocí implicitní volatility by se tak případně dala měřit i dokonalost trhu. Později si např. ukážeme, že odchylka implicitní volatility od volatility historické je u warrantů vypsaných na česká podkladová aktiva výrazně vyšší, než u warrantů vypisovaných na akcie nadnárodních společností působících celosvětově, jako je např. Microsoft.

2.5 Zobecněný hyperbolický model

Posledním modelem, o kterém bude zmínka v této práci, je tzv. „zobecněný hyperbolický model“. Byl vyvinut v polovině 90. let a dosavadní empirické studie dokazují, že ze všech popsaných modelů dokáže ocenit opce nejlépe. Tento model má naprosto jiné základy, než ostatní popsané modely. Největší a nejdůležitější rozdíl je, že se v tomto oceňovacím modelu používá zobecněné hyperbolické rozdělení. Tato třída rozdělení byla vyvinuta v roce 1977[35] a původně byla používána pro popisování fyzikálních jevů a závislostí. Teprve v roce 1995 byla

[35] Viz Barndorff-Nielsen (1997)

tato rozdělení poprvé použita v souvislosti s popisováním chování na kapitálových trzích. Jak vypadá hyperbolické rozdělení si popíšeme v následujícím oddíle.

Zobecněné hyperbolické rozdělení

Nejprve si definujme třídu zobecněná hyperbolická rozdělení tak, jak je nadefinoval Barndorff-Nielsen.

Def.: Pro $x \in \mathrm{R}$ je zobecněné hyperbolické rozdělení definováno následující charakteristickou funkcí:

$$\mathrm{gh}(x;\lambda,\alpha,\beta,\delta,\mu) = a(\lambda,\alpha,\beta,\delta)(\delta^2 + (x-\mu)^2)^{(\lambda-0{,}5)\cdot 0{,}5} \cdot \mathrm{K}_{\lambda-0{,}5}(\alpha\sqrt{\delta^2 + (x-\mu)^2}) \cdot e^{(\beta(x-\mu))},$$

kde: $a(\lambda,\alpha,\beta,\delta) = \dfrac{(\alpha^2-\beta^2)^{\frac{\lambda}{2}}}{\sqrt{2\pi}\cdot\alpha^{\lambda-0{,}5}\cdot\delta^{\lambda}\mathrm{K}_{\lambda}(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})}$ je normovací faktor takový, aby byla oblast křivky < 1 a $\mathrm{K}_{\lambda}(x) = \dfrac{1}{2}\cdot\int_0^{\infty} y^{\lambda-1}\cdot\exp(-\dfrac{1}{2}x(y+y^{-1}))dy$ je modifikovaná Besselovská funkce[36] třetího druhu s indexem λ. ☻

Vlastnosti parametrů rovnice hustoty jsou následující:

$$\mu,\lambda \in \mathrm{R}$$
$$-\alpha < \beta < \alpha$$
$$\alpha,\delta > 0$$

Alternativní parametrizace uváděné v literatuře vypadají takto:

Druhá parametrizace: $\zeta = \delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}, \rho = \dfrac{\beta}{\alpha}$,

Třetí parametrizace: $\xi = (1+\zeta)^{-\frac{1}{2}}, \chi = \xi\rho$,

Čtvrtá parametrizace: $\overline{\alpha} = \alpha\delta, \overline{\beta} = \beta\delta$.

[36] Další podrobnosti ohledně Besselovských funkcí viz Abramowitz a Stegun (1968)

Funkce jednotlivých parametrů můžeme popsat následovně: μ je lokační parametr, δ je parametr rozsahu, α a β určují tvar rozdělení a nakonec λ nám určuje podtřídu zobecněných hyperbolických rozdělení a je přímo spjatá s „mohutností ocasů“ rozdělení. Pro λ = 1 tak dostáváme tzv. „hyperbolické rozdělení“, které je charakteristické tím, že jeho log-hustota má tvar hyperboly. Hyperbolické rozdělení je asi největším zjednodušením a je numericky nejpohodlnějším z celé třídy zobecněných hyperbolických rozdělení. Pokud bychom dosadili do původní rovnice hustoty, dostaneme zjednodušené vyjádření hustoty pro hyperbolické rozdělení:

$$\mathrm{hyp}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu)=\frac{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}{2\delta\alpha \mathrm{K}_1(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})}\cdot\exp(-\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}+\beta(x-\mu)) .$$

Pro λ = -0,5 dostáváme tzv. „normální inverzní Gaussovo (NIG) rozdělení“. NIG má oproti ostatním „podtřídám“ zobecněných hyperbolických rozdělení jednu nespornou výhodu, a to, že pod konvolucí vykazuje uzavřenou formu. Charakteristická funkce NIG rozdělení vypadá takto:

$$nig(x;\alpha,\beta,\delta,\mu)=\frac{\alpha\delta}{\pi}\cdot\exp(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}+\beta(x-\mu))\cdot\frac{\mathrm{K}_1(\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2})}{\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}}$$

Zobecněná hyperbolická rozdělení jsou daleko vhodnější pro popisování empiricky vysledovaných výnosů z aktiv, než „klasická“ normální rozdělení hlavně proto, že jsou špičatější a mají „těžší ocasy“ než normální rozdělení. Rovněž empirické studie z německých a amerických burz dokazují, že zobecněná hyperbolická rozdělení dokáží daleko lépe korespondovat s empiricky pozorovanými výnosy[37].

Lemma[38]: Moment generující funkce zobecněných hyperbolických rozdělení je definována ve tvaru:

[37] Viz Eberlein a Keller (1995) nebo např. Fajadro a Farias (2003)

[38] Důkaz tohoto Lemmatu je v Prause (1999), str. 5.

$$M(u) = e^{u\mu} \cdot \left(\frac{\alpha^2 - \beta^2}{\alpha^2 - (\beta+u)^2}\right)^{\frac{\lambda}{2}} \cdot \frac{K_\lambda(\delta \cdot \sqrt{\alpha^2 - (\beta+u)^2})}{K_\lambda(\delta \cdot \sqrt{\alpha^2 - \beta^2})},$$

$$|\beta + u| < \alpha$$

Moment generující funkce pro jednotlivé podtřídy zobecněných hyperbolických rozdělení obdržíme dosazením příslušné hodnoty parametru λ do obecného vyjádření moment generující funkce. ☻

Popsali jsme novou třídu rozdělení, která se daleko lépe hodí pro účely oceňování derivátů, protože lépe popisuje chování výnosů, než doposud nejvíce používané normální rozdělení. Nyní zbývá popsat, jakým způsobem se zobecněné hyperbolické rozdělení implementuje do oceňovací formule. V Black-Scholesově modelu jsou logaritmy výnosů popisovány normálním rozdělením, které do oceňovací formule vstupuje pomocí Brownova pohybu. Je nám tedy jasné, že Brownův pohyb pro ocenění opcí či warrantů za použití zobecněných hyperbolických rozdělení použít nemůžeme. Chybí nám tedy základní stavební kámen, ze kterého bychom se mohli „odrazit“. Tuto mezeru můžeme zaplnit jiným způsobem modelování výnosů, a sice tzv. „Lévyho proces“[39].

Lévyho proces se od v Black-Scholesově modelu používaném Wienerova procesu liší zejména tím, že je nespojitý[40]. Tato vlastnost způsobuje, že se Lévyho proces daleko lépe hodí pro popis burzovních dat. Důvodů je hned několik. Nejdůležitější je, že se cena akcie na burze chová nespojitě a kurz skáče tak, jak se vypořádávají obchody za různé ceny. Stane se tak, že cena akcie skočí např. z CZK 100,40 na CZK100,50. Wienerův proces je proces spojitý a tyto skoky nedokáže popsat, protože podle něj se cena akcie vyvíjí spojitě. Oproti tomu Lévyho proces je procesem nespojitým a dokáže popsat nespojité chování ceny akcie. Dalším důvodem je, že Wienerův proces předpokládá normální rozdělení. Pro naše účely nám daleko lépe poslouží Lévyho zobecněný hyperbolický proces, který předpokládá zobecněné hyperbolické rozdělení výnosů z aktiv.

[39] Jeden z Lévyho procesů, nazvaný „Lévyho zobecněný hyperbolický proces“ nahrazuje v novém modelu oceňování derivátů v Black-Scholesově modelu používaný Wienerův proces a byl představen ve dvou publikacích: Prause (1999) a Raible (2000)

[40] Pro další diskuzi použití Lévyho procesu ve financích viz Eberlein a Özkan (2002)

Pokud chceme oceňovat opce a warranty pomocí vzorce používajícího zobecněné hyperbolické rozdělení nebo jednu z jeho podtříd, musíme nejdříve vyjádřit uzavřený tvar zakřivení. Ten bohužel známe pouze u Normálního inverzního Gaussova rozdělení, kde jeho uzavřený tvar vypadá následovně:

$$NIG^{*t}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu) = NIG(x;\alpha,\beta,t\delta,t\mu)$$

Pokud chceme vyřešit problém se zakřivením u ostatních podtříd zobecněného hyperbolického rozdělení, použijeme Fourierovu transformaci[41]. Postup bude následující: nejdříve aplikujeme Fourierovu transformaci na odhadovanou hustotu zobecněného hyperbolického rozdělení, následně vynásobíme tuto transformaci potřebným množstvím konvolucí a nakonec aplikujeme inverzní Fourierovu transformaci. Tímto procesem obdržíme výslednou uzavřenou formu rozdělení. Pro zjednodušení celého výpočtu použijeme symetrickou formu rozdělení (parametry β a μ jsou rovny 0)[42]. Výsledná symetrická forma bude vypadat takto:

$$GH^{*t}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu,\lambda) = \frac{e^{\beta x}}{M_0^t(\beta)} gh^{*t}(x-\mu t;\lambda,\alpha,0,\delta,0),$$

kde M je moment generující funkce s parametrem β = 0.

Na tuto formu nyní použijeme Fourierovu transformaci a po úpravách obdržíme rovnici ve tvaru:

$$GH^{*t}(x;\alpha,0,\delta,0,\lambda) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \cos(ux)\varphi(u;\alpha,\delta\lambda)^t\,du,$$

[41] Používání Fourierovy transformace pro účely oceňování opcí podrobněji popsali Borak, Detlefsen a Härdle (2005)

[42] Tento postup použil Press et. al (1992), podrobněji lze postup hledání symetrické formy zobecněného hyperbolického rozdělení rovněž najít v Prause (1999)

kde $\varphi(u;\alpha,\delta,\lambda) = (\frac{\alpha^2}{\alpha^2+u^2})^{\frac{\lambda}{2}} \frac{K_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2+u^2})}{K_\lambda(\alpha\delta)}$ je skutečná charakteristická funkce pro symetrickou formu.

Tato rovnice se dá analyticky vyřešit pouze za použití sumačních počtů:

$$GH^{*t}(x;\alpha,0,\delta,0,\lambda) = \frac{1}{\pi}\sum_{j=0}^{N-1}\cos(u_j x)\varphi(u_j;\alpha,\delta\lambda)^t\eta\,,$$

kde η je vzdálenost mezi jednotlivými body integrační sítě. Pro řešení tohoto příkladu byl použit algoritmus, který se jmenuje „Rychlá Fourierova transformace“ (Fast Fourier Transformation – FFT)[43]. Pokud aplikujeme FFT algoritmus a použijeme původní vzorec symetrické formy zobecněného hyperbolického rozdělení, obdržíme konečně rovnici v uzavřené formě. Dalším krokem je najít míru odpovídající martingalu. Vypůjčíme si postup aplikovaný Gerberem a Shiu[44] a pro potřeby oceňování použijeme tzv. „Esscherovu transformaci“[45]. Pravděpodobnostní míra pro rizikově neutrální svět je jako Esscherova míra definována takto:

$$dP^{\vartheta} = e^{\vartheta X_t - t\log M^{(\vartheta)}} dP$$

a pro model výnosů akcií ve tvaru:

$$dS_t = \sigma_t S_{t-} dX_t + b_t S_{t-} dt\,,$$

kde X_t je Lévyho proces a kde trendová i driftová konstanta jsou deterministické spojité funkce.

[43] Viz Cooley a Turkey (1965), podrobnosti o aplikaci lze rovněž najít v Brigham (1988)

[44] Viz Gerber a Shiu (1994)

[45] Viz Esscher (1932)

Pro zobecněná hyperbolická rozdělení je Esscherova transformace určena v případě rizikově neutrálního světa následovně:

$$GH^{*t,\vartheta}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu,\lambda)=\frac{e^{\vartheta x}}{M^{t}(\vartheta)}GH^{*t}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu,\lambda)$$

V této rovnici je M moment generující funkce a parametr ϑ získáme jako parametr, který řeší rovnici $r=\log\frac{M(\vartheta+1)}{M(\vartheta)}$ (r je bezriziková úroková míra).

Konečně, cena derivátu s výplatní funkcí $h(S_t)$ je dána rovnicí:

$$C=E_{Q^{\vartheta}}[e^{-rT}h(S_T)]=e^{-rT}\int h(S_0e^{x})dQ^{\vartheta}_{X_T}$$

a pro evropskou kupní opci (nebo evropský kupní warrant) s výplatní funkcí $h(S_t) = (S_T - K)^+$ bude rovnice ceny vypadat následovně:

$$C=S_0\int_{\log\frac{K}{S_0}}^{\infty}GH^{*T,\vartheta_0+1}(x)dx-e^{-rT}K\int_{\log\frac{K}{S_0}}^{\infty}GH^{*T,\vartheta_0}(x)dx\ ,$$

kde K je vypořádací cena (strike), S_0 je spotová tržní cena podkladového aktiva a C cena evropské kupní opce (evropského kupního warrantu). Cenu evropské prodejní opce (evropského prodejního warrantu) odvodíme za pomocí put-call parity dle vzorce:

$$P = C - S_0 + e^{-rT}K$$

Získali jsme oceňovací formuli, kterou můžeme oceňovat opce a warranty a zároveň předpokládat, že výnosy podkladových aktiv následují zobecněné hyperbolické rozdělení nebo jednu z jeho podtříd. Tyto zobecněné hyperbolické rozdělení se dále dají ve financích využívat jako např. alternativní rozdělení při výpočtu Value at Risk (VaR)[46] a na základě tohoto výpočtu stanovit alternativní kapitálovou přiměřenost. Pro naše účely nám postačí

[46] Viz Barbachan, Farias a Ornelas (2005)

aplikace zobecněných hyperbolických rozdělení na oceňování derivátů. V následující kapitole se budeme věnovat testování výnosů akcií obchodovaných na BCPP a stanovíme, jaké rozdělení a s jakou úspěšností tyto výnosy popisuje.

3. Oceňování warrantů v praxi

V minulé kapitole jsme představili několik modelů, kterými se oceňují opce (čili i warranty). Jak ale skutečně dochází k oceňování warrantů v praxi? Který model nejlépe odpovídá skutečnému vývoji cen warrantů na kapitálových trzích? Na tyto otázky se pokusíme najít odpověď v této kapitole. Třetí kapitola práce se zabývá samotným procesem ocenění. Pro tyto účely budeme testovat oceňovací vzorce na reálných finančních datech. Zvolili jsme si call warranty na akcii společnosti ČEZ. Těchto warrantů je na burze EUWAX kotováno celkem 21 hned od několika různých emitentů.

Nejprve popíšeme procesy oceňování warrantů jednotlivými modely. Za popisem procesu oceňování u každého modelu budeme následně interpretovat výsledky samotného ocenění call warrantů na akcii společnosti ČEZ. V další části kapitoly pak provedeme diskuzi výsledků ocenění, kde popíšeme kvalitu jednotlivých modelů a pomocí regresní analýzy budeme testovat, který z modelů popsaných v kapitole 2 nejlépe popisuje skutečná data.

3.1 Popis použitých dat

Jako testovací vzorek jsme použili call warranty na nejlikvidnější akcii obchodovanou na pražské burze, akcii společnosti ČEZ. Na tuto akcii je vypsáno nejvíce warrantů. Testovacím datem jsme určili 28. 4. 2006, všechny ceny jsou tedy kalkulovány k tomuto datu.

Pokud se rozhodneme ocenit warrant, potřebujeme znát celkem 6 parametrů: vypořádací cenu, spotovou tržní cenu podkladového aktiva, volatilitu podkladového aktiva, úrokovou míru, splatnost warrantu a poměr odběru.

Celkem existuje 21 call warrantů, které mají jako podkladové aktivum právě akcii ČEZu. Všechny tyto warranty se obchodují na burze EUWAX. Emitenty warrantů jsou Deutsche Bank, Sal. Oppenheim, Reiffeisen Centrobank a Erste Bank. Warranty všech emitentů kromě Erste Bank se dají mimo EUWAX nakoupit či prodat také na mimoburzovním trhu (zde se obchoduje přímo s emitentem). Parametry všech warrantů jsou shrnuty v následující tabulce:

WKN	Emitent	Strike	Splatnost	Poměr odběru	Bid (EUR)	Ask (EUR)
DB0F3Z	Deutsche Bank	300	14.6.2006	1	16,58	16,73
DB0F30	Deutsche Bank	400	14.6.2006	1	13,09	13,24
DB2118	Deutsche Bank	500	14.6.2006	0,1	0,92	0,98
DB6DFN	Deutsche Bank	650	14.12.2006	0,1	0,54	0,59
DB6DCA	Deutsche Bank	750	14.12.2006	0,1	0,34	0,37
DB6CYT	Deutsche Bank	900	14.12.2006	0,1	0,13	0,16
DB9005	Deutsche Bank	700	13.6.2007	0,1	0,54	0,57
DB9004	Deutsche Bank	900	13.6.2007	0,1	0,24	0,27
DB6CYS	Deutsche Bank	1000	14.6.2006	0,1	0,002	0,031
DB6CYU	Deutsche Bank	800	14.6.2006	0,1	0,07	0,1
DB6DCB	Deutsche Bank	700	14.6.2006	0,1	0,29	0,32
EB095D	Erste Bank	850	16.3.2007	0,1	0,34	0,37
EB1A2Z	Erste Bank	950	16.3.2007	0,1	0,23	0,26
RCB1H5	Reiffeisen Centrobank	700	13.12.2006	0,1	0,44	0,47
RCB3PV	Reiffeisen Centrobank	1100	21.12.2007	0,1	0,25	0,28
RCB1H6	Reiffeisen Centrobank	850	13.12.2006	0,1	0,22	0,25
SBL2X1	Sal. Oppenheim	730	9.3.2007	0,1	0,51	0,54
SBL00T	Sal. Oppenheim	800	8.12.2006	0,1	0,33	0,36
SBL00U	Sal. Oppenheim	850	8.12.2006	0,1	0,27	0,3
SBL00V	Sal. Oppenheim	850	8.6.2007	0,1	0,42	0,45
SBL00W	Sal. Oppenheim	900	8.6.2007	0,1	0,36	0,39

Tab. 3.1: *Call warranty na akcie společnosti ČEZ*

V tabulce 3.1 můžeme vidět základní parametry každého z 21 call warrantů, které existují na akcie ČEZu. Jednak je každý warrant určen WKN kódem, dále je určen emitent, strike, čili vypořádací cena, splatnost, poměr odběru a poslední kotace na burze EUWAX[47].

[47] Burza EUWAX má obchodní hodiny ve všední dny do 20.00, kotace jsou tedy z této hodiny. Na EUWAXu vystupují v roli marketmakera samotní emitenti, kteří poskytují kotaci bid i ask v každý okamžik obchodování. EUWAX tyto informace zveřejňuje a jsou k dispozici v EUWAX archivu.

Pokud chceme ocenit tyto warranty různými vzorci a následně porovnat výsledky s kotacemi v tabulce, musíme zjistit určité informace o podkladovém aktivu, tedy o akcii ČEZ. Informace jsou volně k dispozici na finančních serverech. Zavírací kurz ze dne 28.4.2006 činil 772,60 CZK[48]. Dále potřebujeme volatilitu. Nejčastěji se volatilita vypočítá jako směrodatná odchylka, tedy odmocnina z rozptylu. Avšak tento údaj můžeme rovněž najít na finančních serverech. Tento údaj je pro naši potřebu použitelnější, neboť právě s tímto údajem počítají i emitenti warrantů. Třicetidenní historická volatilita tedy je 21,61%, devadesátidenní historická volatilita činí 22,35% a půlroční 21,86%.

3.2 Ocenění Binomickým modelem

Při oceňování binomickým modelem použijeme tzv. „binomický rozvoj" ceny akcie. Nejprve si musíme rozdělit „život" warrantu, tedy dobu od 28.4.2006 do dne splatnosti warrantu, na určitý počet stejně dlouhých období. Oceňované warranty mají splatnosti mezi 14.6.2006 a 21.12.2007. Warranty se splatností kratší než tři měsíce (se splatností 14.6.2006) si rozdělíme na jednotlivé obchodní dny. Dále warranty, které mají splatnost v prosinci 2006, rozdělíme na týdny a ostatní warranty (tedy ty se splatností až v roce 2007) rozdělíme na měsíce.

Druhým krokem je nasimulovat vývoj ceny akcie v obdobích, na které jsme si rozdělili život warrantů. Potřebujeme zjistit průměrný přírůstek „u" a průměrný úbytek „d" hodnoty akcie ČEZ a pravděpodobnost „p", s jakou hodnota akcie další den vzroste. Všechny tyto veličiny můžeme získat buď pozorováním historického chování akcie ČEZu nebo vypočítat pomocí volatility za vzorců:

$$u = \exp(\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})$$
$$d = \exp(-\sigma \cdot \sqrt{\Delta t})$$
$$p = \frac{a-d}{u-d},\ a = \exp(r \cdot \Delta t)$$

kde Δt označuje časovou jednotku,na něž jsme si rozdělili život warrantu.

V případu Δt = 1den je pozoruhodné, že vypozorovaná denní změna se téměř shoduje s hodnotou vypočítanou ze vzorce. V ostatních případech jsou ale rozdíly poměrně podstatné.

[48] Informace převzata ze serveru www.akcie.cz

Nezbývá nám tedy, než ocenit warranty za pomocí obou metod a následně vybrat tu, která lépe koresponduje s reálnými daty. Následující tabulka ukazuje vypočtené změny a pravděpodobnost směru změny, které jsme vypočetli oběmi metodami.

Δt	**Historický průměrný přírůstek**	**Historický průměrný úbytek**	**Vypočítaný průměrný přírůstek**	**Vypočítaný průměrný úbytek**
1 den	**+1,41% (0,580)**	**-1,36% (0,420)**	**+1,37% (0,504)**	**-1,35% (0,496)**
1 týden	**+3,14% (0,644)**	**-3,79% (0,356)**	**+3,09% (0,509)**	**-3,00% (0,491)**
1 měsíc	**+8,65% (0,692)**	**-6,68% (0,308)**	**+6,44% (0,484)**	**-6,05% (0,516)**

Tab. 3.2: *Průměrné přírůstky a úbytky akcie ČEZu*

V tabulce vidíme vždy hodnotu průměrného přírůstku či úbytku v procentech a v závorce pravděpodobnost výskytu jevu. Pokud bychom chtěli být naprosto přesní podle vzorců uvedených v kapitole 2, pak čísla v tabulce korespondují s označením U a D. Hodnoty u, d dostaneme prostým přičtením jedničky k U, D. Výchozí hodnota akcie ČEZ z 28.4.2006 je, jak již bylo v textu poznamenáno, 772,6 CZK. Máme veškeré potřebné hodnoty a sestavíme binomický rozvoj chování akcie ČEZ, který vždy časově končí v den splatnosti warrantu. Zpětným postupem od konce stromu vypočteme cenu warrantu následovně:

- hodnota warrantu na konci každé větve stromu je rovna *max(S – X; 0)*
- v každém uzlu před koncem větví se hodnota warrantů vypočte vzorcem: $e^{(-r\Delta t)} \cdot (p \cdot C_u + (1-p) \cdot C_d)$ pro spojité úročení

Pomocí tohoto postupu se vrátíme až do prvního bodu celého stromu, který nám ukáže oceněnou hodnotu warrantu.

Jak vypadají výsledky ocenění warrantů shrnuje následující tabulka:

WKN	Binomický model	Bid	Bid – Bin.	Ask	Ask – Bin.
DB0F3Z	16,08808	16,58	2,97%	16,73	3,84%
DB0F30	12,73418	13,09	2,72%	13,24	3,82%
DB2118	0,938029	0,92	-1,96%	0,98	4,28%
DB6DFN	0,547958	0,54	-1,47%	0,59	7,13%
DB6DCA	0,316071	0,34	7,04%	0,37	14,58%
DB6CYT	0,099211	0,13	23,68%	0,16	37,99%
DB9005	0,496186	0,54	8,11%	0,57	12,95%
DB9004	0,148555	0,24	38,10%	0,27	44,98%
DB6CYS	0,000265	0,002	86,77%	0,031	99,15%
DB6CYU	0,067489	0,07	3,59%	0,1	32,51%
DB6DCB	0,281103	0,29	3,07%	0,32	12,16%
EB095D	0,158366	0,34	53,42%	0,37	57,20%
EB1A2Z	0,06878	0,23	70,10%	0,26	73,55%
RCB1H5	0,432747	0,44	1,65%	0,47	7,93%
RCB3PV	0,07594	0,25	69,62%	0,28	72,88%
RCB1H6	0,151788	0,22	31,01%	0,25	39,28%
SBL2X1	0,370183	0,51	27,42%	0,54	31,45%
SBL00T	0,220768	0,33	33,10%	0,36	38,68%
SBL00U	0,149792	0,27	44,52%	0,3	50,07%
SBL00V	0,191078	0,42	54,51%	0,45	57,54%
SBL00W	0,132563	0,36	63,18%	0,39	66,01%

Tab. 3.3: *Ocenění warrantů na ČEZ binomickým modelem a odchylky od skutečných cen*

Tabulka nám ukazuje, jak kvalitně binomický model oceňuje warranty. Další sloupce shrnují tržní poptávku a nabídku a odchylky ocenění od těchto cen. Zajímavé je sledovat, jaké jsou odchylky ocenění jednotlivých emitentů. Obecně však lze vypozorovat jednu zajímavou věc. Čím levnější je warrant, tím větší je odchylka binomické ceny od ceny reálné. Veskrze jsou odchylky docela významné u většiny oceněných warrantů. To může být zaviněno hned několika problémy: (i) zavírací cena warrantu je ze 20:00, kdežto spotová cena, ke které se váže ocenění binomickým modelem je zavírací cena akcie ČEZ z BCPP (tedy zhruba z 16:00); (ii) binomický model sám o sobě oceňuje tím hůře, čím méně uzlů je v něm obsaženo. V případě méně než 50 uzlů může být odchylka poměrně významná; (iii) obecně warranty na česká podkladová aktiva nemají příliš velkou likviditu, emitent tak de facto tvoří trh a může si ceny nadsazovat.

Abychom zjistili, které z problémů hrají významnější roli, oceníme warranty dalším z modelů popsaných v 2. kapitole, a to Black-Scholesovým modelem.

3.3 Ocenění Black-Scholesovým modelem

Při oceňování Black-Scholesovým modelem vstupuje do hry několik faktorů: spotová cena podkladového aktiva, strike čili vypořádací cena, doba do splatnosti warrantu, volatilita podkladového aktiva a bezriziková úroková míra. Při ocenění použijeme stejnou spotovou cenu jako v případě binomického modelu, 772,60 CZK. Jako bezrizikovou úrokovou míru použijeme výnos ze státních pokladničních poukázek, který činí 3,318%.

Strike a doba do splatnosti je záležitostí každého warrantu a jako volatilitu akcie ČEZu zvolíme údaj uvedený emitentem jako implicitní volatilita. Tato volatilita se u každého warrantu podstatně odlišuje od historické volatility, nicméně pro účely našeho ocenění je tato volatilita nejvhodnější. Pokud bychom použili historickou volatilitu, údaje získané oceněním by se poměrně výrazně odlišovaly od tržních cen. Důvod je ten, že emitent díky pohybování s implicitní volatilitou může upravovat cenu warrantu v době nedostatečné likvidity (což je případ warrantů na česká podkladová aktiva). Implicitní volatilita se tak stává jedním z parametrů, který do jisté míry povoluje emitentovi vymanit se z kleští Black-Scholesovy formule.

Jak dopadlo samotné ocenění Black-Scholesovým vzorcem shrnuje následující tabulka.

WKN	Black-Scholes model	Bid	Bid – B-S	Ask	Ask – B-S
DB0F3Z	16,57413	16,58	0,05%	16,73	0,95%
DB0F30	13,07177	13,09	0,17%	13,24	1,30%
DB2118	0,956944	0,92	-3,96%	0,98	2,40%
DB6DFN	0,552837	0,54	-0,55%	0,59	7,97%
DB6DCA	0,322189	0,34	7,53%	0,37	15,03%
DB6CYT	0,106292	0,13	21,17%	0,16	35,95%
DB9005	0,651149	0,54	-16,68%	0,57	-10,54%
DB9004	0,326657	0,24	-30,05%	0,27	-15,60%
DB6CYS	1,6E-06	0,002	99,92%	0,031	99,99%
DB6CYU	0,014948	0,07	78,86%	0,1	85,20%
DB6DCB	0,258172	0,29	11,19%	0,32	19,52%
EB095D	0,360916	0,34	-3,13%	0,37	5,23%
EB1A2Z	0,244486	0,23	-2,84%	0,26	9,03%
RCB1H5	0,42992	0,44	4,31%	0,47	10,42%
RCB3PV	0,46336	0,25	-77,11%	0,28	-58,14%
RCB1H6	0,18647	0,22	17,60%	0,25	27,49%
SBL2X1	0,537747	0,51	-2,97%	0,54	2,75%
SBL00T	0,284809	0,33	15,53%	0,36	22,57%
SBL00U	0,220876	0,27	20,07%	0,3	28,06%
SBL00V	0,504311	0,42	-16,49%	0,45	-8,72%
SBL00W	0,440303	0,36	-18,44%	0,39	-9,33%

Tab. 3.4: *Ocenění warrantů na ČEZ Black-Scholesovým modelem a odchylky od skutečných cen*

Jak vidíme v tabulce, i zde jsou výchylky některých hodnot poměrně velké, avšak více než polovina všech warrantů je oceněna správně.

Odchylky od skutečných cen lze nejlépe měřit směrodatnou odchylkou. Ta v případě binomického modelu činí 0,412[49], kdežto v případě Black-Scholesova modelu už jen 0,349. Toto podstatné zlepšení směrodatné odchylky je dáno zejména použitím normálního rozdělení u Black-Scholesova vzorce.

Zajímavostí je zkusit vypočítat implikovanou volatilitu z cen warrantů, které jsme obdrželi z Black-Scholesovy formule. Na těchto volatilitách pak zkusíme otestovat jev, který se nazývá „volatility smile“[50]. Podrobným vysvětlením tohoto jevu se nebudeme zabývat. Pro naši potřebu stačí pouze krátké představení. Jak již bylo zmíněno v kapitole 2, Black-Scholesův vzorec předpokládá konstantní volatilitu. To zjednodušeně znamená, že volatilita pro všechny opce (či warranty) na stejné podkladové aktivum by měla být stejná. Ovšem v praxi se setkáváme s tím, že implikovaná volatilita pro opce hluboko v penězích či hluboko mimo peníze se zvyšuje tím víc, čím dále se spotová cena podkladového aktiva oddaluje od vypořádací ceny. Tento jev způsobuje na grafu, kde na vodorovné ose jsou vyneseny vypořádací ceny a na svislé ose implikovaná volatilita tzv. „úsměv“ neboli „smile“.

Existuje tento jev i u warrantů? Na dalším grafu (*obr. 3.1*) jsme vynesli implikovanou volatilitu vypočítanou z Black-Scholesových cen oproti poměru *strike/spot*. Výsledek je velmi zajímavý. Na akcii ČEZ je bohužel emitováno daleko více warrantů, které se pohybují hluboko v penězích, než warrantů, které jsou hluboko mimo peníze. Místo klasického „úsměvu“ je na grafu vidět spíše jakýsi „úšklebek“[51]. Nicméně můžeme tvrdit, že graficky byla potvrzena hypotéza volatility smile. Warranty hluboko v penězích (s poměrem *strike/spot* menším než 0,8) mají opravdu daleko vyšší implikovanou volatilitu než warranty, jejichž strike se pohybuje okolo spotové ceny podkladového aktiva (čili poměr *strike/spot* se nachází v rozmezí 0,8 až 1,2).

Čím může být způsoben tento jev? Na opčních burzách s vysokou likviditou vystupuje spousta aktérů, kteří mají různá očekávání, jak se bude trh vyvíjet v budoucnu. Každý aktér

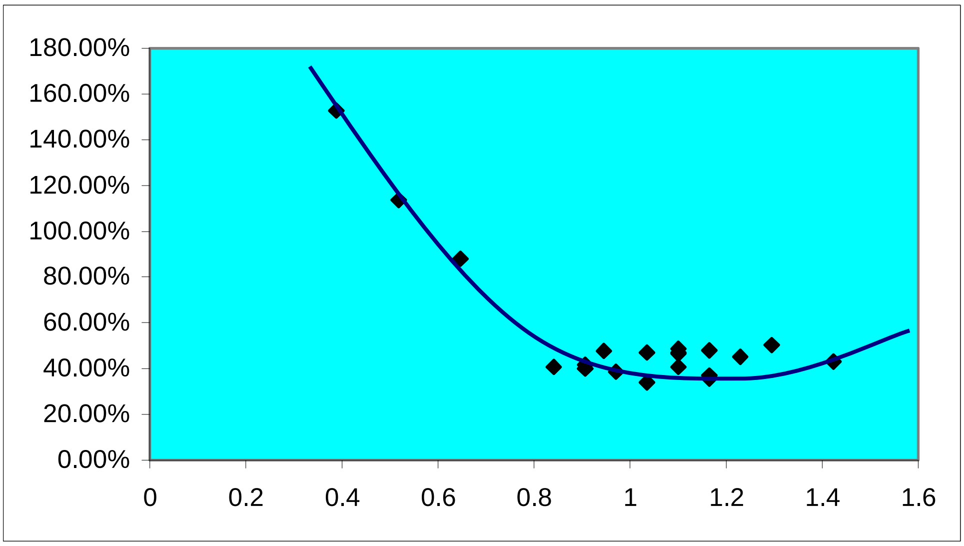
[49] Směrodatná odchylka je v této kapitole počítána jako odmocnina z rozptylu, tedy podle vzorce:

$$s = \sqrt{\frac{1}{N-1} \cdot \sum_{t=1}^{N} (u_t - \bar{u})^2}$$

[50] Viz např. Kohout, Pavel (1996)

[51] Pro „úšklebek“ existuje ekvivalent v angličtině „volatility skew“ nebo „volatility smirk“

má i odlišné očekávání budoucí volatility. To se promítne do obchodování s opcemi a může to být jedna z příčin, proč vzniká jev „volatility smile“. U zkoumaných warrantů však vysoká likvidita a tedy široké spektrum hráčů na trhu výrazně chybí, proto nám nezbývá než se domnívat, že emitenti warrantů čerpají ze zkušeností opčních trhů či vysoce likvidních warrantů a oceňují zkoumané warranty podle těchto zkušeností.



Obr. 3.1: *„Volatility smile (skew)“ zkoumaných warrantů*

3.4 Ocenění Hyperbolickým modelem

Při oceňování warrantů za použití hyperbolického modelu narážíme hned na několik velmi zásadních problémů. Asi největší překážkou je fakt, že třída zobecněných hyperbolických rozdělení (GHD) má spoustu podtříd. Není v silách této práce podat naprosto vyčerpávající přehled všech podtříd a zkoumat, která podtřída nejlépe odpovídá skutečným výnosům akcie ČEZ. Proto vybereme jednodušší podtřídu hyperbolické rozdělení, na jejíž testování již byl vyvinut volně dostupný software. Druhým problémem je odhad parametrů vybraných podtříd GHD. Konečně poslední krok, který je nutno provést před samotným procesem ocenění, je integrace distribuční funkce s odhadnutými koeficienty. V této subkapitole provedeme ocenění warrantů hyperbolickým modelem založeným na Normálním inverzním Gaussově rozdělení, protože jako jediné z celé třídy GDH formuje při násobení konvolucemi uzavřenou formu. Postup při použití ostatních rozdělení je zde pouze naznačen.

3.4.1 Hyperbolické rozdělení

Z kapitoly 2 již víme, že hyperbolické rozdělení je charakterizováno hustotou ve tvaru:

$$\text{hyp}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu)=\frac{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}{2\delta\alpha \mathrm{K}_1(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})}\cdot\exp(-\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}+\beta(x-\mu))$$

Pokud použijeme druhou alternativní parametrizaci ve tvaru $\zeta=\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}, \rho=\frac{\beta}{\alpha}$ přejde distribuční funkce na tvar:

$$\text{hyp}(x;\alpha,\beta,\delta,\mu)=\frac{1}{2\cdot\sqrt{1+\rho^2}\cdot K_1(\zeta)}\cdot\exp(-\zeta(\sqrt{1+\rho^2}\cdot\sqrt{1+(\frac{x-\mu}{\delta})^2}-\rho\cdot\frac{x-\mu}{\delta}))$$

Budeme odhadovat nové parametry δ, ζ, ρ a μ. Algoritmus použitý pro odhad parametrů je založen na „Maximum Log-likelihood Estimator“ (MLE) odhadu[52]. Odhad parametrů spočívá ve hledání parametrů, které maximalizují následující funkci:

$$L=\sum_{i=1}^{n}\log(GH(x;\delta,\zeta,\rho,\mu,\lambda))$$

V našem případě, kdy pracujeme s hyperbolickým rozdělením, nám ubude v maximalizované funkci jedna proměnná, λ, která se rovná jedné. Existuje několik metod, jak odhadnout koeficienty. Pro naše účely byla použita metoda „Downhill Simplex“, kterou vyvinuli pánové Nelder a Mead[53]. Určitě stojí za zmínku, že tato metoda nepoužívá žádné derivace. Pro zajímavost přikládáme derivace log-likelihood funkce v příloze.

Pro samotný výpočet jsme použili software „R“, který je volně šiřitelný podle licence „GNU General Public Licence“. V tomto počítačovém programu slouží pro testování hyperbolického rozdělení modul „HyperolicDist“, který sice není v základním balíku funkcí, je však možné jej volně stáhnout z internetu. Tento software vyžaduje použití startovacích parametrů, není

[52] V tomto kroku následujeme práci: Prause (1999)

[53] Viz Nelder&Mead (1965)

však nutno je zadávat, software si je určí sám. Program maximalizoval Log-likelihood funkci na hodnotě 4061,745. Výsledky procesu maximalizace, čili jednotlivé parametry, jsou uvedeny v následující tabulce.

Parametr	**ρ**	**ζ**	**δ**	**μ**
Startovací hodnota	0,43370380	1,188098985	0,019505040	0,001540590
Výsledná hodnota	-0,01041268	0,5493495	0,007018643	0,001848880

Tab. 3.5: *Odhad parametrů hyperbolického rozdělení*

Zpětným postupem lze z rovnic parametrizace získat původní parametry α a β. Tyto parametry jsou výhodnější při dalších výpočtech, proto je lepší je vypočítat rovnou. Použijeme druhou parametrizaci zmíněnou ve druhé kapitole ve tvaru:

$$\zeta = \delta\sqrt{\alpha^2 - \beta^2}, \rho = \frac{\beta}{\alpha}$$

V této dvojici rovnic známe všechny parametry kromě neznámých proměnných α a β. Elementárním dosazením získáme výsledek. Bohužel díky druhé mocnině dostaneme dvě dvojice čísel, ze kterých pouze jedna je použitelným řešením. Musíme tedy brát v potaz omezení na parametry α a β. Ze druhé kapitoly víme, že

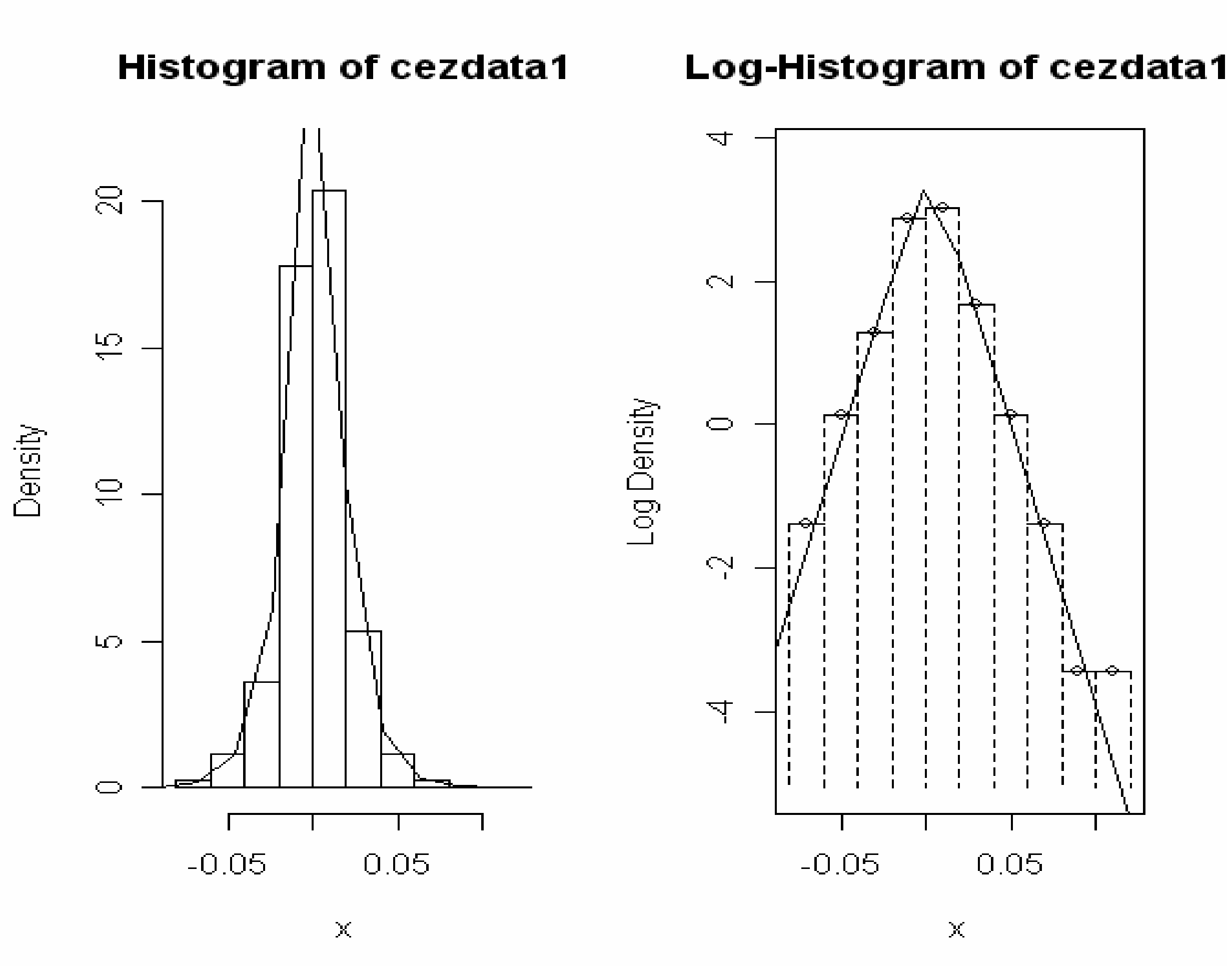
$$\begin{aligned} &\mu, \lambda \in \mathrm{R} \\ &-\alpha < \beta < \alpha \\ &\alpha, \delta > 0 \end{aligned}$$

α tedy musí být kladné číslo. Výsledné dvojice hodnot parametrů při numerickém výpočtu jsou:

[α, β] = [{78,2742947; -0,815045183},{-78,2742947; 0,815045183}]

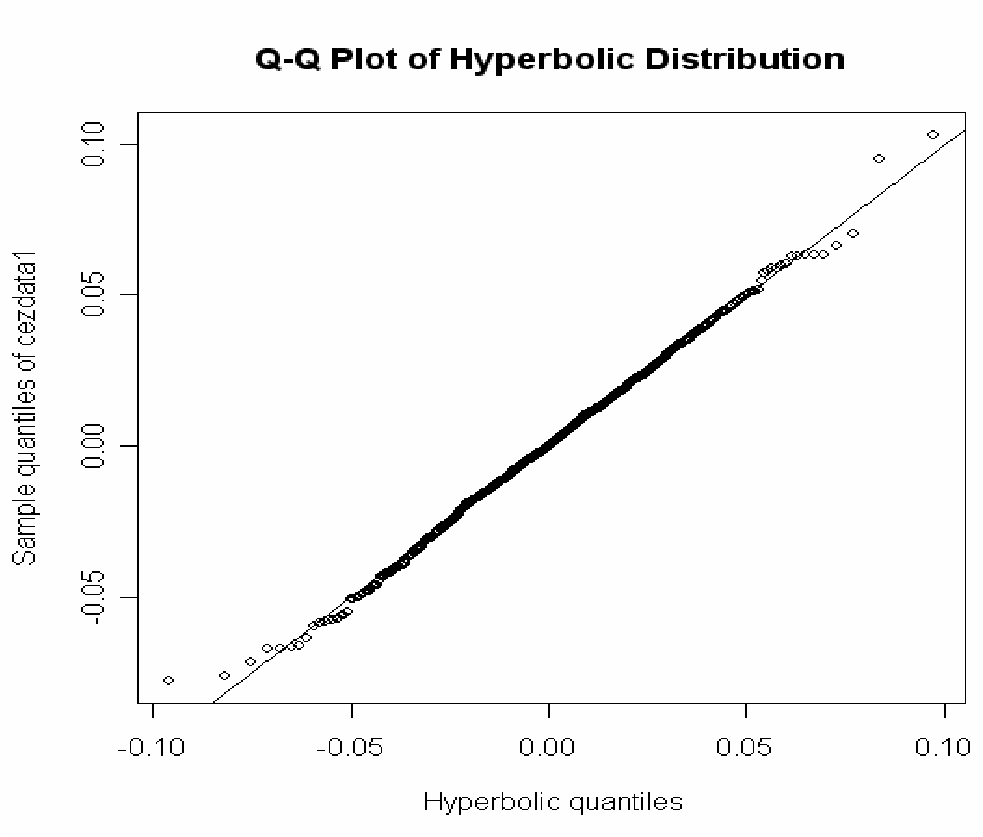
Druhé řešení je díky počátečním omezením eliminováno, parametry α a β jsou *78,2742947* a *-0,815945183* resp.

Odhadli jsme koeficienty hyperbolického rozdělení a nyní můžeme získanou distribuční funkci použít k výpočtu hustoty hyperbolického rozdělení. Grafické srovnání hustoty nově získaného rozdělení s histogramem dat a logaritmická hustota jsou ukázány na dalším obrázku:



Obr. 3.2: *Hustota a logaritmická hustota získaného hyperbolického rozdělení ve srovnání s histogramem a logaritmickým histogramem výnosů ČEZ*

Na následujícím obrázku pak vidíme vynesené kvantity hyperbolického rozdělení.



Obr. 3.3: *Kvantity Hyperbolického rozdělení pro výnosy akcie ČEZ*

Z obou obrázků můžeme graficky vyčíst zajímavosti hyperbolického rozdělení, jako jsou špičatost, šikmost, těžší chvosty a lepší popis kvantilů než u normálního rozdělení. Abychom mohli porovnat, jak přesně sedí hyperbolické rozdělení ve srovnání s normálním rozdělením na reálná data, musíme provést nějaký formální test. Srovnání hyperbolických rozdělení s normálním rozdělením je v části 3.4.3

3.4.2 Normální inverzní Gaussovo (NIG) rozdělení

Hustota NIG rozdělení vypadá následovně:

$$nig(x;\alpha,\beta,\delta,\mu)=\frac{\alpha\delta}{\pi}\cdot\exp(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2}+\beta(x-\mu))\cdot\frac{K_1(\alpha\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2})}{\sqrt{\delta^2+(x-\mu)^2}}$$

V případě NIG rozdělení nebudeme používat žádné další parametrizace. Odhad koeficientů provedeme opět pomocí MLE odhadu a samotná Log-likelihood funkce bude pro NIG rozdělení vypadat následovně:

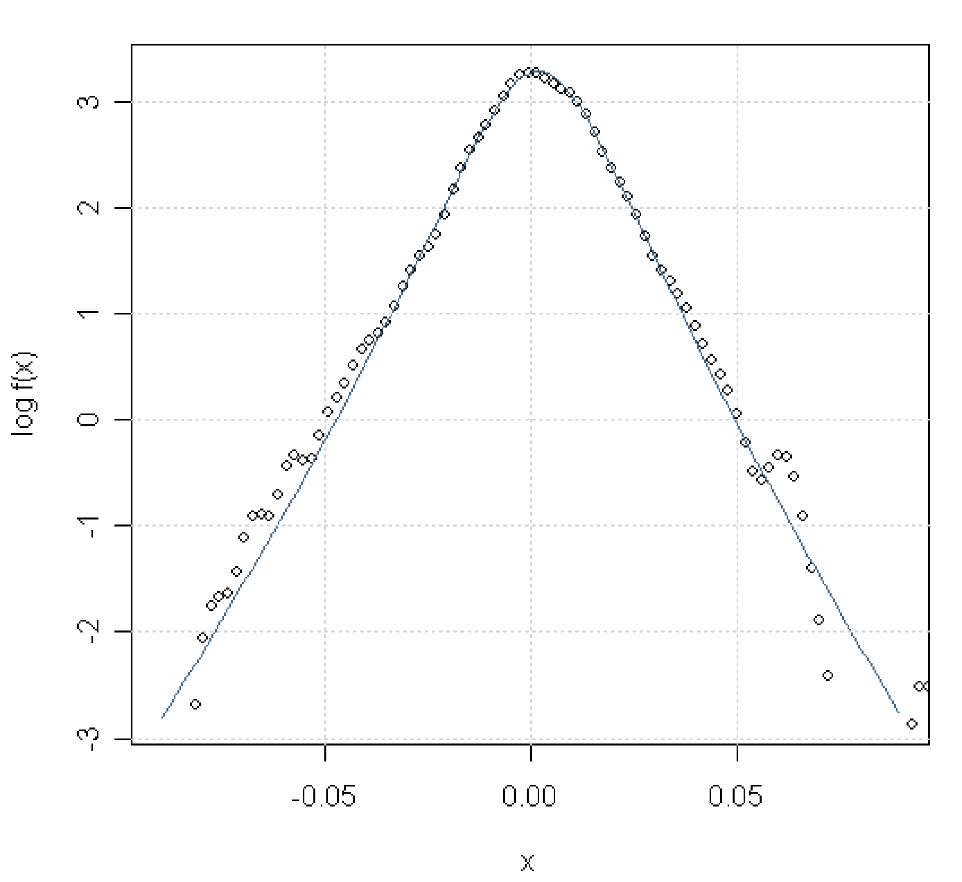
$$L = \sum_{i=1}^{n} \log(nig(x_i;\alpha,\beta,\delta,\mu))$$

Použijeme opět software „R“. Výsledné hodnoty jsou shrnuty v následující tabulce:

Parametr	**α**	**β**	**δ**	**μ**
Startovací hodnota	1	0	1	var(x)
Výsledná hodnota	47,978475676	-1,275202877	0,0185348	0,002033362

Tab. 3.6: *Odhad parametrů NIG rozdělení*

Jelikož jsme nepoužili žádné alternativní parametrizace, výsledkem jsou přímo hodnoty základních parametrů. Následující graf ukazuje logaritmickou hustotu odhadovaného NIG rozdělení:



Obr 3.4: *Logaritmická hustota odhadovaného NIG rozdělení*

3.4.3 „Goodness-of-fit“ test

Jak můžeme testovat tzv. „Goodness-of-fit“ čili jak dobře popisuje určité rozdělení reálná data? Existuje bezpočet testů, jakými je např. χ-kvadrát test[54]. Tento test není vhodný pro hodnocení performancí spojitých rozdělení[55], proto je lepší použít více precizní test.

Rozhodli jsme se pro test, který se jmenuje „Kolmogorovova vzdálenost“. Tento test je vhodnější pro zkoumání spojitých rozdělení a podle dřívějších srovnáni s χ-kvadrát testem vykazuje daleko lepší výsledky při zkoumání větších vzorků dat[56]. Kolmogorovova vzdálenost je definována předpisem:

$$KS = \max_{x \in \mathbb{R}} \left| F_{emp}(x) - F_{est}(x) \right|$$

kde $F_{emp}(x)$ je distribuční funkce empirického rozdělení a $F_{est}(x)$ je distribuční funkce odhadovaného rozdělení. V případě normálního rozdělení je distribuční funkce známa a pomocí tabulek nebo softwaru můžeme jednoduše spočítat pravděpodobnosti. U hyperbolického rozdělení je však situace trošku složitější. Jelikož samotná distribuční funkce nemá uzavřenou podobu, musíme vypočítat jednotlivé pravděpodobnosti numericky pomocí integrace hustoty hyperbolického rozdělení. Pro zjednodušení a výrazné urychlení výpočtu jsme vzorek zkrátili na 286 pozorování. Ztratíme tak přesnost jednotlivých vzdáleností, nicméně nám se jedná pouze o porovnání dvou rozdělení. Výsledky jsou shrnuty v následující tabulce:

Rozdělení	Kolmogorovova vzdálenost
Normální	0.07347
Hyperbolické	0.017878
NIG	0.04724

Tab. 3.7: *Kolmogorovova vzdálenost*

[54] Tento test byl použit ke stejnému účelu jako v této práci např. v Eberlein a Keller (1995) nebo ve Fajardo et al. (2001).

[55] Viz Press et al. (1992)

[56] Vit Press et al. (1992), Eberlein a Keller (1995), Fajardo

Z tabulky je patrný značný rozdíl mezi hyperbolickým a NIG rozdělením na jedné straně a normálním rozdělením na straně druhé. Hyperbolické rozdělení má přibližně trojnásobně nižší Kolmogorovovu vzdálenost, můžeme proto tvrdit, že je „blíže“ empirickému rozdělení výnosů a popisuje reálná data daleko lépe, než normální rozdělení. NIG rozdělení je obrazně řečeno na půli cesty mezi normálním a hyperbolickým rozdělením, co se popisu reálných dat týče.

3.4.4 Esscherova transformace

Dalším krokem při oceňování je použití Lévyho procesu do oceňovacího algoritmu. Pokud chceme použít pohyb řízený Lévyho procesem, musíme nejprve najít ekvivalentní martingalovou míru. Esscherova míra se ukázala při oceňování derivátů alternativními metodami jako vhodné řešení[57]. Ve druhé kapitole je analyticky popsán postup, kde hledáme parametr ϑ jako řešení rovnice pro denní úrokovou míru „r“ určené moment generujícími funkcemi $r = \log \frac{M(\vartheta+1)}{M(\vartheta)}$.

Celé vyjádření denní úrokové míry pomocí moment generujícími funkcemi lze zjednodušit. Výsledné rovnice pro hyperbolické a NIG rozdělení vypadají následovně:

$$r_{hyp} = 0{,}001848880 + 0{,}5 \cdot \log\left(\frac{6126{,}865211 - (\vartheta - 0{,}815945183)^2}{6126{,}865211 - (\vartheta + 0{,}184054817)^2}\right)$$
$$+ \log\left(\frac{K_1(0{,}007018643 \cdot \sqrt{6126{,}865211 - (\vartheta - 0{,}815945183)^2})}{K_1(0{,}007018643 \cdot \sqrt{6126{,}865211 - (\vartheta + 0{,}184054817)^2})}\right)$$

$$r_{NIG} = 0{,}002033362 + 0{,}0185348\left(\sqrt{47{,}978475676^2 - (-1{,}275202877 + \vartheta)^2}\right.$$
$$\left. - \sqrt{47{,}978475676^2 - (-1{,}275202877 + \vartheta + 1)^2}\right)$$

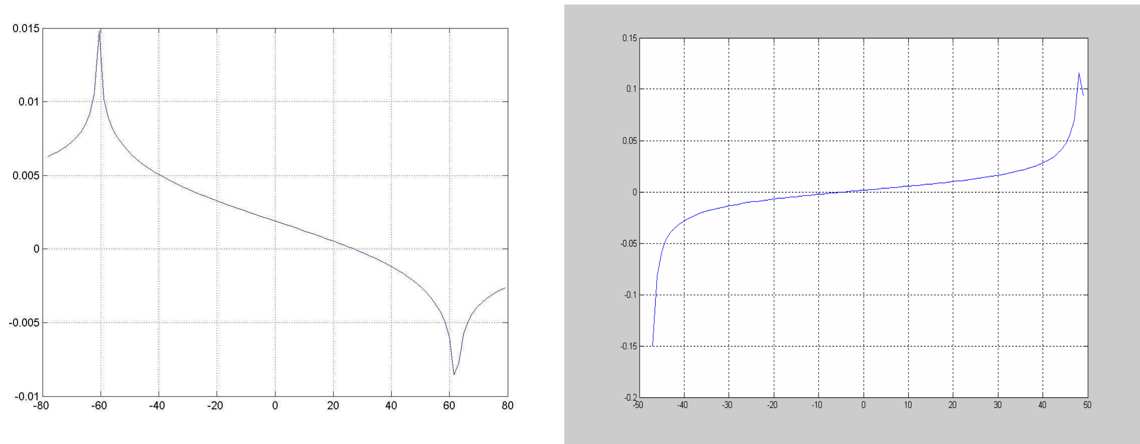
Problém je samotné numerické řešení rovnice, zvláště pro případ hyperbolického rozdělení, kde se znovu setkáváme s Besselovskými funkcemi. Analyticky rovnice vyřešit nejde, proto použijeme metodu, která je známa jako „refined bracketing method“. Při této metodě řešení odhadneme interval, který je podezřelý z nabytí hodnoty, kterou potřebujeme získat jako úrokovou míru. V praxi od rovnice odečteme denní úrokovou míru tak, abychom na pravé

[57] Viz Gerber a Shiu (1994)

straně dostali nulu, budeme tedy hledat, kdy se rovnice rovná nule. Pro samotné řešení použijeme software MATLAB, konkrétně příkaz „incsearch“. Onen odhadovaný interval je dán přímo, neboť pro hledané řešení platí následující omezující podmínky:

$$\vartheta > -\alpha - \beta$$
$$\vartheta < \alpha - \beta - 1$$

Po dosazení tedy víme, že hledaný parametr se musí nacházet v intervalu (-77,5; 78,1) pro hyperbolické a v intervalu (-46,7032728; 48,25367856) pro NIG rozdělení. Průběh funkce, u které hledáme průnik s osou x vypadá následovně:



Obr. 3.6: *Graf funkce* ϑ *pro hyperbolické (vlevo) a NIG (vpravo) rozdělení*

Výsledná hodnota parametru ϑ je 31,642651 pro hyperbolické a -4,116346 pro NIG rozdělení. Tuto hodnotu dosadíme do samotné Esscherovy transformace ve tvaru:

$$gh^{*t,\vartheta}(x;\lambda,\alpha,\beta,\delta,\mu) = \frac{\exp(\vartheta x)}{M^t(\vartheta)} \cdot gh^{*t}(x;\lambda,\alpha,\beta,\delta,\mu) \, ,$$

kde za *gh(x;…)* dosadíme hustotu příslušného rozdělení.

3.4.5 Zobecněný hyperbolický Lévyho pohyb

Každé rozdělení z třídy zobecněných hyperbolických rozdělení je nekonečně dělitelné[58], můžeme tedy konstruovat Lévyho procesy založené na této třídě rozdělení. Problém však je, že jedině NIG rozdělení formuje pod konvolucí semi-skupinu. To má za následek, že konvoluce ostatních rozdělení z celé třídy už není zobecněné hyperbolické rozdělení. Proto zúžíme kalkulaci konvoluce na symetrický případ rozdělení, které je definováno tímto předpisem:

$$gh^{*t}(x;\lambda,\alpha,\beta,\delta,\mu) = \frac{\exp(\beta x)}{M_0^t(\beta)} \cdot gh^{*t}(x;\lambda,\alpha,0,\delta,\mu)$$

Navíc můžeme celé rozdělení vycentrovat, takže získáme symetrické rozdělení s nulovou střední hodnotou:

$$gh^{*t}(x;\lambda,\alpha,\beta,\delta,\mu) = \frac{\exp(\beta x)}{M_0^t(\beta)} \cdot gh^{*t}(x-\mu t;\lambda,\alpha,0,\delta,0)$$

Tato forma je pro nás důležitá, protože právě pro symetrické centrované rozdělení známe charakteristickou funkci. Ta je ve tvaru:

$$\varphi(u;\lambda,\alpha,\delta) = \left(\frac{\alpha^2}{\alpha^2+u^2}\right)^{\frac{\lambda}{2}} \cdot \frac{K_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2+u^2})}{K_\lambda(\alpha\delta)}$$

Pak za použití inverzní Fourierovy transformace můžeme získat formuli pro hustotu zobecněného hyperbolického Lévyho pohybu s X_t symetrickou a centrovanou:

$$gh^{*t}(x;\lambda,\alpha,0,\delta,0) = \frac{1}{\pi}\int_0^\infty \cos(ux)\varphi(u;\lambda,\alpha,\delta)^t \, du$$

[58] Viz Barndorff-Nielsen (1977), kteří dokázali, že zobecněné inverzní gaussovo (GIG) rozdělení je nekonečně dělitelné. Jelikož jsou zobecněná hyperbolická rozdělení de facto směsicí normálního a GIG rozdělení, jsou i zobecněná hyperbolická rozdělení nekonečně dělitelná.

Posledním krokem při oceňování je provedení inverzní Fourierovy transformace. Výraz nemá žádné analytické řešení, proto je nejvhodnější použít diskrétní Fourierovu transformaci (DFT). Pro výpočet DFT byl vyvinut algoritmus „Rychlá Fourierova transformace“ (FFT), který nám pomůže řešit DFT efektivně[59].

Jedině pro NIG rozdělení existuje po vynásobení konvolucemi uzavřená forma. Tuto formu lze vypočítat podle předpisu:

$$gh^{*t,\vartheta}(x;-\frac{1}{2},\alpha,\beta,\delta,\mu)=\frac{e^{\vartheta x}}{M^{t}(\vartheta)}nig(x;\alpha,\beta,t\delta,t\mu)$$

Pro centrovanou formu NIG rozdělení pak získáme vzorec pro rizikově neutrální NIG rozdělení ve tvaru:

$$gh^{*t,\vartheta}(x;-\frac{1}{2},\alpha,\beta,\delta,0)=nig(x;\alpha,\beta+\vartheta,t\delta,0)$$

Do samotného oceňovacího modelu ve tvaru

$$C=S_0\int_{\log\frac{K}{S_0}}^{\infty}GH^{*T,\vartheta_0+1}(x)dx-e^{-rT}K\int_{\log\frac{K}{S_0}}^{\infty}GH^{*T,\vartheta_0}(x)dx$$

v případě ocenění hyperbolickým modelem založeným na NIG rozdělení stačí za distribuční funkce dosadit přímo upravenou hustotu NIG rozdělení bez jakéhokoliv použití Fourierových transformací. Poslední krok ocenění spočívá v numerickém počítání integrálů.

Za povšimnutí stojí samotná konstrukce oceňovacího vzorce. Můžeme si všimnout, že celý vzorec je konstruován podobně jako Black-Scholesova formule. Rozdíl mezi spotovou cenou podkladového aktiva a diskontovanou vypořádací cenou vynásobenou příslušnými pravděpodobnostmi. Bohužel matematický základ těchto pravděpodobností je daleko složitější než u Black-Scholesovy formule, a tudíž i celé ocenění je matematicky náročnější.

[59] Standardně se počítají „2-záhybové“ konvoluce, i v této práci tedy použijeme zaběhnutý mechanismus.

3.4.6 Výsledky ocenění

Ceny warrantů vypočítané hyperbolickým modelem založeným na NIG rozdělení jsou shrnuty v další tabulce:

WKN	Hyperbolický model	Bid	Bid – Hyper.	Ask	Ask – Hyper.
DB0F3Z	16,74358	16,58	-0,99%	16,73	-0,08%
DB0F30	13,26087	13,09	-1,31%	13,24	-0,16%
DB2118	0,977816	0,92	-6,28%	0,98	0,22%
DB6DFN	0,511425	0,54	5,29%	0,59	13,32%
DB6DCA	0,166369	0,34	51,07%	0,37	55,04%
DB6CYT	8,1E-06	0,13	99,99%	0,16	99,99%
DB9005	0,399533	0,54	26,01%	0,57	29,91%
DB9004	1,18E-05	0,24	100,00%	0,27	100,00%
DB6CYS	9,05E-09	0,002	100,00%	0,031	100,00%
DB6CYU	0,006411	0,07	90,84%	0,1	93,59%
DB6DCB	0,281324	0,29	2,99%	0,32	12,09%
EB095D	0,00033	0,34	99,90%	0,37	99,91%
EB1A2Z	4,09E-07	0,23	100,00%	0,26	100,00%
RCB1H5	0,341165	0,44	22,46%	0,47	27,41%
RCB3PV	1,46E-10	0,25	100,00%	0,28	100,00%
RCB1H6	0,000266	0,22	99,88%	0,25	99,89%
SBL2X1	0,266356	0,51	47,77%	0,54	50,67%
SBL00T	0,01225	0,33	96,29%	0,36	96,60%
SBL00U	0,000263	0,27	99,90%	0,3	99,91%
SBL00V	0,000388	0,42	99,91%	0,45	99,91%
SBL00W	1,17E-05	0,36	100,00%	0,39	100,00%

Tab. 3.8: *Ocenění warrantů na ČEZ hyperbolickým modelem a odchylky od skutečných cen*

K tabulce 3.8 je nutný určitý komentář. Pokud se podíváme na procentuální rozdíly mezi skutečnými cenami a oceněním získaným hyperbolickým modelem, zjistíme, že u většiny warrantů je tento rozdíl enormní. Už z pouhého srovnání ocenění s Black-Scholesovým modelem je zřejmé, že hyperbolický model při oceňování „selhal“. Toto „selhání“ má několik příčin. Hlavním důvodem je použití odlišného rozdělení. V předchozích částech kapitoly jsme ukázali, že třída hyperbolických rozdělení, konkrétně hyperbolické a NIG rozdělení, daleko lépe aproximují reálné výnosy akcie ČEZ. Pokud srovnáme hyperbolická rozdělení s normálním rozdělením, zjistíme, že zde existuje několik zásadních rozdílů:

1) hustoty zobecněných hyperbolických rozdělení nemusí být kladné na celém intervalu (-∞, ∞), což znamená, že musíme brát v potaz interval, na kterém má smysl počítat s tímto rozdělením
2) odhadnuté NIG rozdělení je daleko špičatější, než normální rozdělení. Je rovněž i užší a jemně šikmé, což má za následek, že velmi malá změna v hodnotě výnosu poblíž střední hodnoty rozdělení způsobí značnou změnu v pravděpodobnosti
3) pravděpodobnost výskytu hodnot dále od střední hodnoty je minimální

Tyto tři vlastnosti odhadnutého NIG rozdělení způsobují, že warranty hodně v penězích jsou oproti Black-Scholesově modelu nadhodnoceny, kdežto warranty více mimo peníze jsou silně podhodnoceny.

3.5 Srovnání modelů

Jestliže chceme testovat chování oceňovacích vzorců, musíme použít nějakou testovací statistiku. Jednou z takových možných statistik je R^2 statistika definovaná předpisem:

$$R^2 = \frac{SSR}{SST} = 1 - \frac{SSE}{SST}, \text{ kde:}$$

$$SSE = \sum_{i=1}^{n} w_i (y_i - \hat{y}_i)^2, SSR = \sum_{i=1}^{n} w_i (\hat{y}_i - \overline{y})^2, SST = \sum_{i=1}^{n} w_i (y_i - \overline{y})^2$$

Výsledné hodnoty R^2 statistik jednotlivých oceňovacích vzorců jsou shrnuty v následující tabulce:

Model:	**NIG hyperbolický**	**Binomický**	**Black-Scholesův**
R^2:	0.996978	0.997356	0.999647912

Tab. 3.9: *R^2 statistika modelů oceňování*

Zajímavostí jsou bezesporu vysoké hodnoty R^2 statistiky u všech tří modelů. Bohužel tato statistika není příliš vypovídající, protože ceny jednotlivých warrantů se od sebe podstatně liší. Nicméně pokud srovnáme statistiky jednotlivých modelů, vidíme, že skutečně nejlíp oceňuje warranty Black-Scholesův model. Za ním se umístil model binomický a až poslední skončil model hyperbolický.

Z této kapitoly věnované praktickému ocenění call warrantů na ČEZ můžeme vyvodit několik závěrů. Předně, jako nejlepší oceňovací model se jeví Black-Scholesova formule pro ocenění opcí. Překvapivě špatně skončil v porovnání s ostatními modely hyperbolický model založený na NIG rozdělení. Ačkoli NIG rozdělení popisuje reálné výnosy akcie ČEZ daleko lépe, nežli normální rozdělení, při použití NIG rozdělení při ocenění warrantů neodpovídají oceněné hodnoty reálným datům. Tato skutečnost může implikovat, že v praxi se pro ocenění warrantů emitentem[60] používají spíše vzorce založené na normálním rozdělení. NIG rozdělení je tak prozatím postaveno pouze do roviny teorie. Jelikož samotné NIG rozdělení je různé pro různé akcie a dokonce různé pro chování jedné určité akcie v různých časových intervalech, mohlo být odhadované NIG rozdělení vychýlené právě z důvodu nedostatečně dlouhé časové řady.

[60] Jelikož u většiny warrantů tvoří trh pouze emitent, je na něm, jakou cenu warrantu určí

4. Důležité aspekty obchodování s warranty

Pokud se investor rozhodne investovat do warrantů, určitě by si měl uvědomit několik zásadních skutečností, které při obchodování s warranty přímo ovlivňují investorův zisk. Hlavními aspekty, které dokáží zisk ovlivnit jsou především poměr odběru (a s tím související spread), implicitní volatilita a dividenda.

V této kapitole popíšeme nejdůležitější aspekty a pokusíme se formulovat základní poučky, kterými by se investor do warrantů měl při své investici řídit. Asi tou nejzákladnější nutností je uvědomit si, že investor do warrantu je investor retailový, čili na rozdíl od opčních kontraktů, se kterými obchodují v největších objemech převážně bankovní instituce nebo portfolio manažeři, nedokáže investor získat výhodnější podmínky, než při investici do opcí na opční burze. Toto tvrzení lze odvodit ze samotné podstaty fungování finančních trhů, kdy institucionální investor vstupuje do kontraktů vždy za výhodnějších podmínek, než ostatní, menší investoři. Tím, že warranty jsou strukturovány bankami, které zajišťují své pozice na termínových burzách, může si investor být jist, že dostane maximálně stejně „výhodné“ podmínky jako banka, jejíž warrant si koupil. V hantýrce investorů můžeme říct, že warrant nakoupíme se spreadem, který může být minimálně roven spreadu, který obdrží banka na trhu, kde se zajišťuje. Nikdy nedocílíme spreadu nižšího, naopak, můžeme počítat spíše se spreadem několikanásobně vyšším. Pokusíme se tedy ukázat, že opravdu existuje rozdíl mezi spreadem, který dostane banka jako emitent warrantu a spreadem, který „zaplatí“ investor do warrantu.

4.1 Spread

Pokud se budeme bavit o spreadu, musíme zmínit rozdíly v obchodování s warranty. V první kapitole bylo řečeno, že warrant můžeme koupit či prodat buď na burze cenných papírů, nebo zvolit levnější variantu a zobchodovat warrant mimoburzovně, čili přímo s emitentem. Obchodování s emitentem je levnější především kvůli tomu, že zde odpadá role burzy jako zprostředkovatele obchodu, tedy i poplatek za toto zprostředkování. Na druhou stranu díky tomu, že mezi sebou obchodují dva subjekty v naprosto rozdílném postavení, nezbývá investorovi jako drobnému klientovi nic jiného, než přijmout kotaci banky. Na burze však mohou mezi sebou obchodovat jednotliví investoři, spread zde může být snížen či eliminován. Do jaké míry se spread sníží záleží především na objemech obchodování konkrétního warrantu na konkrétní burze. Zkoumané warranty na burze bohužel nedosahují téměř žádné likvidity, tudíž i na burze Euwax můžeme warrant pořídit pouze za kotaci emitenta.[61] Budeme se dále zabývat tím, jak spread ovlivňuje obchodování.

První subkapitola popisující první důležitý aspekt obchodování s warranty je zaměřena na dvojici parametrů, a to poměr odběru a spread. Jak můžou tyto dva zdánlivě odlišné parametry ovlivnit zisk investora? Již v úvodu práce jsme se zabývali odlišnostmi opcí a warrantů. Jedním z rozdílů je i poměr odběru. Pokud se podíváme na kteroukoliv opční burzu, zjistíme, že jsou zde vypisovány a obchodovány opce s velkými poměry odběru, čili práva na nákup či prodej desítek, set ba i tisíců kusů akcií či čehokoliv jiného[62]. U warrantů je situace opačná. Zde máme poměr odběru v drtivé většině případů menší nebo roven jedné.Většinou potřebujeme nakoupit několik warrantů, abychom spekulovali na jeden kus podkladové akcie. V případě warrantů na ČEZ tomu není jinak, u zkoumaných cenných papírů byl poměr odběru až na dva nejstarší warranty roven 0,1. U dvou zmiňovaných warrantů je poměr odběru roven 1, a to hlavně proto, že ČEZ měl v den emise těchto nejstarších warrantů (22.10.2004) hodnotu 269,5 CZK a emitent pravděpodobně pouze zkoumal, jaký bude zájem o warranty právě na ČEZ.

Jakou roli hraje poměr odběru ve spojení se spreadem? Nejdříve se podívejme na roli samotného spreadu. Z pohledu emitenta je spread ziskem. Jelikož emitent svou pozici zajišťuje na termínových či akciových burzách[63], nevadí mu růst ceny jak call, tak put warrantů. Emitent pouze přehodnocuje svou zajišťovací pozici a ztráty či zisky z pohybu warrantů vyrovnává zisky či ztrátami své zajišťovací pozice. Spread tak zůstává jakýmsi

[61] Vzpomeňme si, že na Euwaxu vystupují emitenti warrantů jako tvůrci trhu

[62] Např. opce na Amsterodamské akcie se na burze LIFFE obchodují pouze v letech po 100 kusech.

[63] Právě pro české akcie žádná termínová burza neexistuje, a tudíž je pro emitenta těžší kvalitně se zajistit

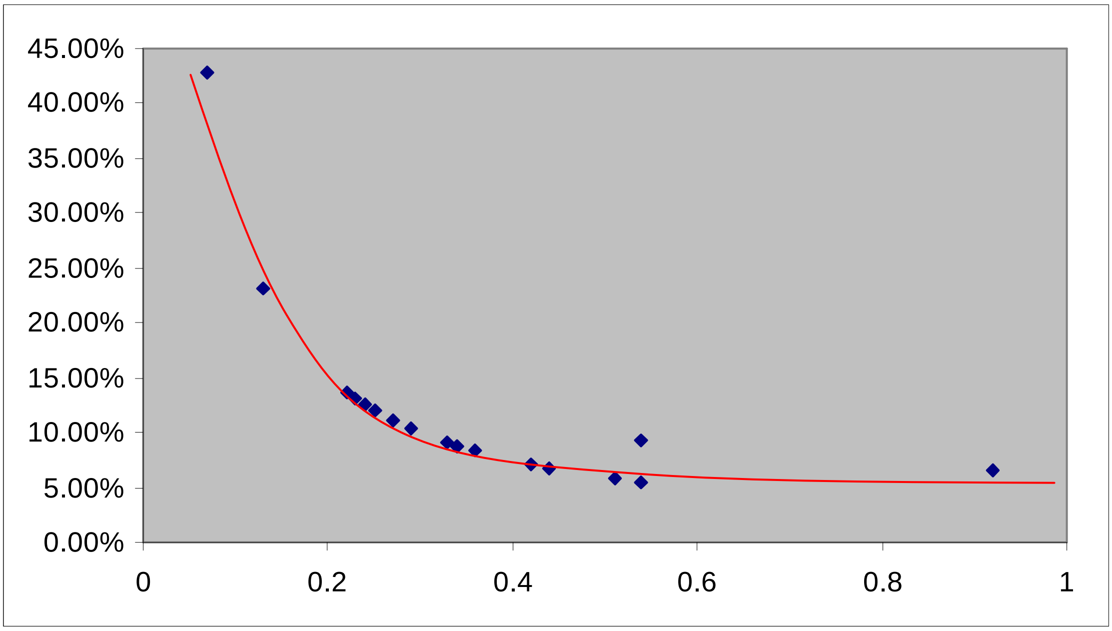
„jistým“ ziskem emitenta.[64] Z tohoto důvodu většinou emitenti určují spread u warrantu v závislosti na rizikovosti podkladového aktiva a množství konkurentů, kteří emitovali podobný warrant. Politika emitenta je zřejmá i při pohledu na zkoumané warranty. Jasně zde vidíme, že spread Deutsche Bank je buď 0,03, 0,05 nebo 0,15[65] EUR, v závislosti na ceně warrantu. U prvních několika „dražších“ warrantů je spread o něco vyšší, avšak u těchto warrantů tento vyšší absolutní spread pořád znamená menší procentuální spread v porovnání s cenou warrantu. U „levnějších“ warrantů konkurence nedovolí Deutsche Bank zachovat spread 0,05 či 0,15 EUR. U všech ostatních emitentů je spread roven 0,03 EUR.

Co se však stane, když budeme chtít spread přepočítat tak, abychom spekulovali na jeden kus akcie ČEZu? V tom případě podělíme aktuální spread poměrem odběru a získáme tzv. „homogenizovaný spread“, spread na jednotku podkladového aktiva. Ten činí ve většině případů 0,3EUR, avšak právě u prvních dvou warrantů s poměrem odběru 1 zůstane spread 0,15, tedy nejnižší. Zde se dostáváme k důležité informaci, jak vstupuje poměr odběru do souhry se spreadem. Pokud budeme jako investoři porovnávat jednotlivé warranty, je nutné přepočítat spread na homogenizovaný spread tak, abychom mohli warranty porovnat.

Posledním druhem spreadu je procentuální spread, tj. vyjádření, které nám říká, kolik procent investice bychom ztratili při nákupu a následném okamžitém prodeji warrantu. Na následujícím grafu je vynesen procentuální spread jako závislá veličina na hodnotě warrantu. Pro ilustraci je na grafu rovněž zobrazena křivka, která ukazuje jasnou negativní korelaci mezi procentuálním spredem a hodnotou warrantu. Lidsky řečeno, čím menší hodnota warrantu, tím víc nám emitent „ubere“ z našeho případného zisku, takže warrant musí v procentuálním vyjádření vydělat více.

[64] Samozřejmě jistý zisk neexistuje, slovo „jistý“ zde dáváme do souvislosti s faktem, že pokud se s warranty obchoduje, čili nakupují a prodávají se emitentovi, emitent v každém okamžiku vydělá spread.

[65] Takto vysoký spread je pouze u prvních dvou warrantů s poměrem odběru 1.



Obr 4.1: *Závislost procentuálního spreadu na hodnotě warrantu*

Jak je patrno z obrázku, většina warrantů na akcii ČEZ má procentuální spread mezi 5 a 15 procenty. To je pro samotné obchodování velmi podstatná záležitost, neboť celých 5 až 15 procentních bodů investorova zisku připadne emitentovi. Z grafu jsou vyjmuty tři okrajové hodnoty, a to následovně: dva warranty s poměrem odběru 1, které mají hodnotu okolo deseti EUR a jeden warrant, který je hluboko mimo peníze a jeho splatnost je velmi blízko, čili jeho hodnota je mizivá. V případě prvních dvou warrantů je procentuální spread malý a příliš by nám kvalitu obchodování neovlivnil, ale v případě třetího warrantu s mizivou hodnotou činí procentuální spread 1450%, jakákoliv spekulace s tímto warrantem je tedy znemožněna. Investice do takového warrantu je více než bláhová.

4.2 Implicitní volatilita

Vedle spreadu je implicitní volatilita dalším důležitým aspektem ovlivňujícím obchodování s warranty. Black-Scholesův vzorec pro oceňování opcí, který se používá v hojné míře při oceňování warrantů, počítá s konstantní volatilitou. To znamená, že podkladové aktivum má konstantní směrodatnou odchylku v čase. Tento předpoklad je naprosto nereálný. Z praxe obchodování s opcemi je znám „smile efekt“ implicitní volatility, který, jak jsme ukázali ve druhé kapitole, existuje i u warrantů. Jak ale vzniká smile efekt u nelikvidních warrantů, kde téměř neexistuje střet poptávky s nabídkou? Zde nemohou tržní síly (investoři), které počítají s větší pravděpodobností velkých ztrát a velkých výnosů než vykazuje normální rozdělení, oceňovat warranty hluboko v penězích nebo hluboko mimo peníze poněkud „dráž“, tedy s vyšší implicitní volatilitou. Proč pozorujeme „smile efekt“ i u warrantů, se kterými se obchoduje v minimálních objemech?

V těchto případech nahrazuje tržní síly emitent. Emitent sám[66] udá kotace, ve kterých je již smile efekt obsažen. Činí tak pravděpodobně po zkušenosti na termínových burzách, kde zajišťuje svoji pozici. Tuto skutečnost staví obchodování s warranty do úplně jiné roviny, než obchodování s opcemi. Emitent sám vytváří nabídku a poptávku a obchodování s warrantem je postaveno na rovinu „supermarketu“, kam investor přijde a ví, že téměř vždy nakoupí nebo prodá. Příměr k supermarketu je sice poněkud odvážný, nicméně chceme tím pouze zdůraznit fakt, že likvidita warrantu, ovšem jen z pohledu možnosti jej nakoupit nebo prodat, nehraje žádnou roli.

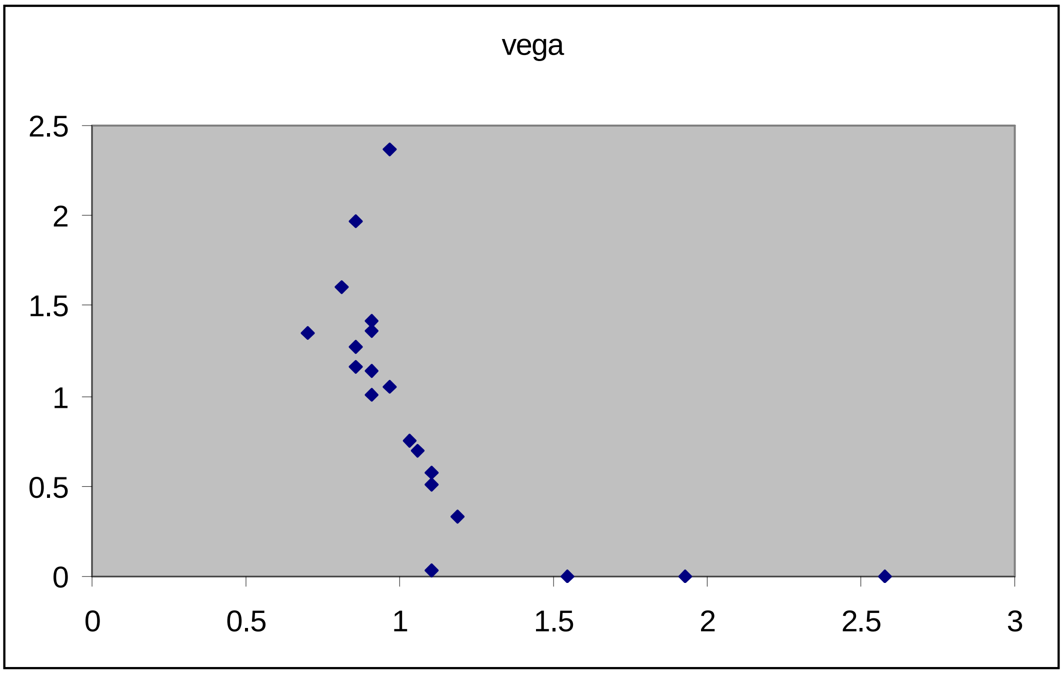
Víme, že implicitní volatilita je parametr, který nám určuje jakousi „vnitřní“ volatilitu warrantu, tedy volatilitu, která je z ceny warrantu vytvořené emitentem vypočítána. Pokud si implicitní volatilitu určíme jako vstupní parametr při oceňování a začneme ji měnit, zjistíme, že změna implicitní volatility cenu warrantu ovlivňuje. Pokud se na ocenění podíváme z pohledu emitenta, tak udávaná implicitní volatilita opravdu není výstupní, nýbrž vstupní parametr. Je to tedy číslo, které si sám emitent „vymyslí“ a vloží do ceny warrantu. Dá se tvrdit, že implicitní volatilita je odhad emitenta, jaká bude volatilita podkladového aktiva v budoucnu.

Víme, že u warrantů dochází k jevu volatility smile. Víme, že implicitní volatilita je odhadem budoucí volatility podkladového aktiva, který činí emitent. Jak skutečně ovlivňuje volatilita samotné obchodování s warrantem? Ve druhé kapitole je popsána řecká míra „vega“, která v Black-Scholesově oceňovací formuli popisuje citlivost ceny warrantu na změnu volatility. Protože volatilita může ovlivňovat jenom časovou hodnotu warrantu a ta je největší, pokud je spot/strike poměr kolem jedné[67], tak i citlivost warrantu na volatilitu bude kolem jedničky největší. Pokud vypočítáme implicitní volatilitu námi zkoumaných warrantů a změníme ji o procento, můžeme zpětně vypozorovat, jak se nám mění ceny warrantů. Na následujícím

[66] Nezapomeňme, že emitent vystupuje v roli tvůrce trhu na burze Euwax, kde poskytuje stejné kotace jako při obchodování mimoburzovně.

[67] Jinými slovy pokud se spotová cena podkladového aktiva pohybuje kolem vypořádací ceny warrantu

grafu je znázorněna změna ceny warrantu v procentech, pokud se implicitní volatilita zvedne o 1%. Na ose x je pak právě spot/strike poměr.



Obr. 4.2: *Procentuální změna ceny warrantu se změnou implicitní volatility o jedno procento*

Z grafu je patrné, že citlivost warrantu na volatilitu je opravdu největší, pokud se spot/strike poměr blíží k jedné. V době výzkumu bohužel nebyly k dispozici žádné call warranty na ČEZ hluboko mimo peníze, proto nebylo možno ověřit klesající závislost i z druhé strany.

Pokud bychom vzali průměrnou změnu z grafu, tedy hodnotu 0,93%, zjistíme, že cena warrantů se se změnou volatility o procento změní také téměř o procento. To není málo vzhledem k tomu, že emitent může upravit volatilitu i o několik procent doslova ze dne na den.

Zde se dostáváme k další jedinečné záležitostí warrantů. Jakmile emitent změní svá očekávání ohledně budoucí volatility podkladového aktiva, změní implicitní volatilitu, což ovlivní cenu warrantu. Takto může emitent „upravovat" cenu warrantu například v období, kdy má přijít významná kurzotvorná informace. Bohužel změna implicitní volatility může mít na investora negativní dopad. Volatilita se změní z minuty na minutu skokově a pokud je změna významná, ovlivní významně cenu warrantů. Především těch, které mají vypořádací cenu určenou blízko k aktuální hodnotě podkladového aktiva.

4.3 Dividendy

Dividenda je hotovostním tokem z akcie. Pokud je akcie podkladovým aktivem warrantu, musí se tento hotovostní tok (pokud nastane v průběhu životnosti warrantu) zohlednit v ocenění warrantu. Při výplatě dividendy se o výši dividendy sníží cena akcie, což ovlivní cenu warrantu. U opcí se předpokládaná výše dividendy, samozřejmě diskontovaná, odečte od aktuální ceny podkladového aktiva v momentu ocenění. Oceňovací vzorec tak automaticky počítá s již o dividendu sníženou cenou akcie. Pokud je tedy vyplacena očekávaná výše dividendy, teoreticky to s cenou warrantu nijak nepohne.

Co se ovšem stane, pokud valná hromada odhlasuje vyšší či nižší dividendu, než očekává trh? Na burzách cenných papírů se vždy stanoví první den, kdy se akcie obchoduje bez nároku na dividendy, tedy za sníženou cenu. Od valné hromady do tohoto dne existuje určitý časový úsek. Pokud společnost ohlásí po valné hromadě nějakou neočekávanou dividendu, investoři by teoreticky získali vnitřní informaci, a to takovou, že call warrant v den, kdy se akcie začne obchodovat bez dividendy, o určitou sumu posílí (je-li skutečná dividenda nižší než očekávaná) či naopak ztratí (pokud je skutečná dividenda vyšší než očekávaná)[68]. To by umožnilo získat bezrizikový výnos. Stačilo by v prvním případě koupit call a ve druhém put warrant na akcii s neočekávanou dividendou den přede dnem, kdy se poprvé bude akcie obchodovat bez dividendy.

Jak se emitent může bránit proti tomuto neočekávanému růstu či poklesu warrantů? U opcí cenu opce upraví trh, avšak u warrantů zase narážíme na problém likvidity. Existuje několik způsobů, jak může emitent „upravit“ cenu warrantu. Emitent nemůže v žádném případě cokoliv udělat s vnitřní hodnotou. Ta je striktně dána. Jediná možnost je přecenit hodnotu časovou, a to změnou parametrů. Nejčastěji používaným způsobem je změna implicitní volatility, což má za následek změnu časové hodnoty, a tudíž i změnu ceny warrantu. Tento způsob se dá praktikovat u warrantů, které jsou mimo peníze. Pokud máme např. call warrant kousek mimo peníze, tak snížení ceny akcie o neočekávaně vysokou dividendu posune tento

[68] Případ, kdy je skutečná dividenda vyšší než očekávaná bývá v české praxi častější, častěji by tedy investoři získali informaci o poklesu warrantu.

call warrant hlouběji mimo peníze. V takovém případě stačí snížit implicitní volatilitu o adekvátní část, což posune cenu warrantu směrem dolů. Až do dne, kdy se cena akcie o dividendu sníží, je warrant uměle „ochuzen“ o část své hodnoty. V den, kdy se cena akcie sníží, je implicitní volatilita znovu upravena, tentokrát směrem nahoru tak, aby byl posun v ceně warrantu způsobený poklesem ceny akcie neutralizován. Veškerý bezrizikový výnos je tímto eliminován hned po vyhlášení výše dividendy. Efekt neočekávané dividendy je pouze posunut zpět v čase.

S neočekávanou dividendou může nastat horší problém. Pokud je warrant dostatečně hluboko v penězích, má dostatečně krátkou splatnost a výše neočekávané dividendy je dostatečně vzdálená od výše očekávané dividendy, může se stát, že pokles warrantu by měl být větší, než je jeho časová hodnota. Jako ukázkový příklad nám může posloužit hned první zkoumaný call warrant na ČEZ s vypořádací cenou 300CZK a splatností 14.6.2006. Tento warrant měl dne 28.4.2006 vnitřní hodnotu 472,60CZK. Jeho tržní cena v korunách ten den činila 472,86CZK, měl tedy opravdu malou vnitřní hodnotu. Pokud by se akcionáři společnosti ČEZ rozhodli, že vyplatí dividendu vyšší, než očekával emitent, není příliš prostoru pro snižování časové hodnoty. V tomto konkrétním případě by stačilo ohlásit dividendu vyšší o pouhých 0,30CZK na akcii, než očekával emitent a warrant by měl poklesnout více, než o časovou hodnotu.

Co může v tomto konkrétním případě udělat emitent pro zamezení vzniku bezrizikového výnosu? Z praxe je znám jeden velice zvláštní způsob řešení nastalé situace. Emitent ocení warrant tak, aby cena skutečně odpovídala ceně akcie bez ohlášené, tedy vyšší dividendy. Tato cena warrantu neodpovídá spotové ceně akcie ve stejném momentě, a to dokonce tak výrazně, že cena warrantu je nižší, než vnitřní hodnota warrantu odvozená od akcie v tomto momentě. Tato skutečnost implikuje jednu zásadní věc, a to **zápornou časovou hodnotu warrantu**.

Záporná časová hodnota se neslučuje s počátečními podmínkami, hlavně s podmínkou neexistence bezrizikové arbitráže. Investor do amerického warrantu se zápornou časovou hodnotou může warrant nakoupit a ihned jej realizovat, tedy uplatnit právo z tohoto warrantu plynoucí. Jelikož je možné pouze finanční vypořádání, obdržel by investor po vypořádání částku ve výši vnitřní hodnoty warrantu. Tato částka by ale byla vyšší, než částka, za kterou investor warrant koupil, dostal by se tedy k bezrizikovému zisku. Samozřejmě tuto situaci emitent nemůže v žádném případě připustit. V popsaném případě stanoví období, ve kterém se warrant nemůže uplatnit. Toto období je vázáno na časový úsek, ve kterém je časová hodnota warrantu záporná.

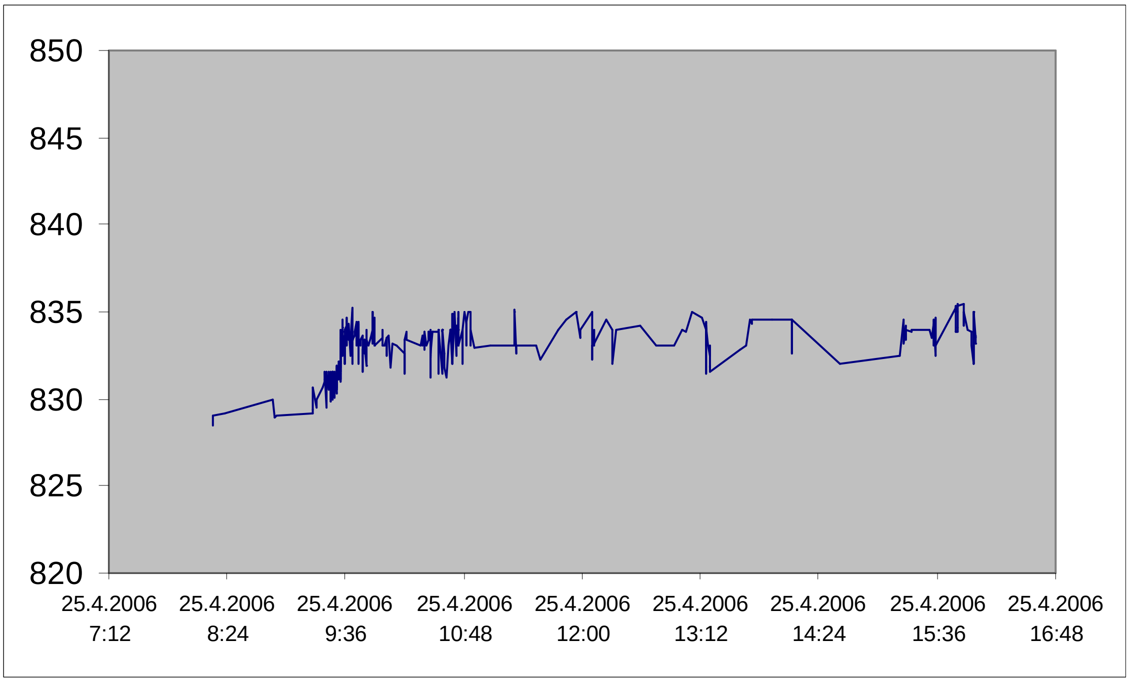
Neočekávaná dividenda má vliv na cenu warrantu a v některých případech dokonce i na kvalitu obchodování s tímto instrumentem. Přesnou výši dividendy bohužel nikdo předpovědět nemůže, proto se emitenti brání způsoby, které jsme popsali. Pro investora je důležité tyto informace mít, investice do warrantu v období dividend je totiž velmi nevyzpytatelnou záležitostí.

4.4 Intradenní kotace

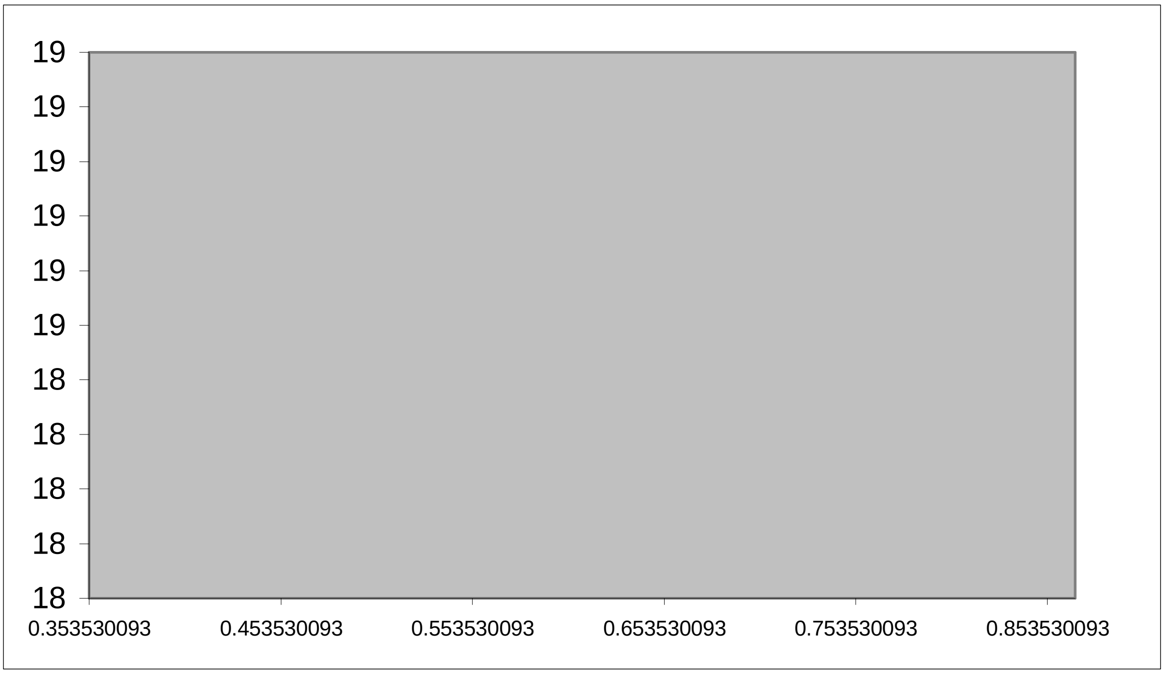
Dalším důležitým aspektem při obchodování s warranty, který je důležité mít na paměti, je způsob kotací warrantů emitentem v průběhu dne. Jelikož se warranty obchodují na burze Euwax do 20:00 hod. a někteří emitenti nabízejí mimoburzovní obchodování dokonce do 22:00, nastává každý den situace, kdy se s podkladovým aktivem už neobchoduje, kdežto s warrantem ano. Dostáváme se tak do situace, kdy nejsou k dispozici téměř žádné informace o tom, jaký bude kurz třeba následující den. Obdobná situace nastává v případě, když je zveřejněna kurzotvorná informace[69] po ukončení obchodování s podkladovým aktivem, ale v době, kdy se s warrantem stále obchoduje. V této situaci warrant reaguje na informace, které stále nejsou obsaženy v ceně podkladového aktiva. Všechny tyto aspekty emitent nutně musí zohlednit při kotacích v rámci jednoho dne.

Na dalších grafech je vidět intradenní vývoj kotací akcie ČEZ na pražské burze v segmentu SPAD a intradenní vývoj kotací call warrantu na ČEZ (WKN: DB0F3Z) s vypořádací cenou 300CZK a splatností 14.6.2006. Oba grafy jsou ze dne 25.4.2006. Už z grafu akcie ČEZ lze vyčíst několik zajímavých informací. Vidíme, že dopoledne se mění kurzy rychleji než odpoledne a že intradenní vývoj kotací je víceméně stabilní. Graf warrantu v podstatě následuje kotace ČEZu, akorát s několika rozdíly. Kotace probíhají každých několik sekund a jakmile se změní kotace ČEZu, nebo je dokonce s akcií ČEZu proveden obchod, kotace warrantu se velmi rychle změní.

[69] Např. hospodářské výsledky společnosti



Obr. 4.3: *Intradenní kotace akcie společnosti ČEZ na BCPP, segment SPAD*



Obr. 4.4: *Intradenní kotace warrantu DB0F3Z na burze Euwax*

Pokud bychom chtěli hodnotit chování warrantu při změně ceny akcie, musíme se podívat na jeden konkrétní případ změny ceny akcie, tedy na nějaký provedený obchod. V 15:15 hod. byl ve SPADu proveden obchod s akcií ČEZu za 835,50CZK. Předchozí obchod se uskutečnil ve

14:19 za 835CZK. Kurz se změnil o 0,50CZK (0,06%). Kotace warrantu se změnila následovně[70]:

Čas	Geld (Bid)	Brief (Offer)
15:15:11	18.75	18.9
15:15:11	18.8	18.95

Obr. 4.5: *Změna kotace warrantu*

Vidíme, že emitent zareagoval okamžitě. I v ostatních případech je reakce emitenta a tím i změna kotace rychlá, většinou do několika málo vteřin. Je tak znemožněna arbitráž. Kdyby emitent změnil kotaci opožděně, znovu by se otevíral prostor pro bezrizikový zisk.

Druhý pohled na intradenní kotace je pohled časový v rámci celého dne. U některých warrantů, především u warrantů na podkladová aktiva, která nejsou příliš likvidní, nebo je obtížné zajistit hedging[71], postupuje emitent při eliminaci svých rizik v hodinách, kdy se podkladové aktivum neobchoduje, ale warrant ano, následovně: před začátkem otevřené fáze obchodování nasadí emitent vysoký spread. Jakmile přejde obchodování do otevřené fáze, tj. jakmile emitent získá přístup ke kotacím v reálném čase, sníží spread tak, aby se warrant lépe prodával. Ovšem každý warrant má svůj „typický spread", který emitent zachová. Po skončení otevřené fáze obchodování emitent znovu rozšíří spread a do jisté míry tak znemožní spekulaci.

Tímto postupem může emitent z části eliminovat ztráty, které mu vzniknout odchýleným oceněním. Větší procentuální spread znamená totiž větší pravděpodobnost, že se teoretická cena warrantu po otevření burzy „trefí" mezi nabídku a poptávku emitenta. Pokud se tak nestane, vyšší spread způsobí „umazání" části zisku investora, tedy ztráty emitenta.

Na závěr subkapitoly bychom rádi upozornili, že způsob kotace a reakce na změnu kurzu podkladového aktiva se mění nejen napříč mezi emitenty, ale rovněž mezi warranty na jednotlivá podkladová aktiva. Před samotnou investicí do warrantu je nasnadě sledovat

[70] Tyto kotace uskutečnil emitent, přehled všech kotací emitenta pro den 25.4.2006 jsou v příloze. Veškeré informace o kotacích warrantů pochází z archivu burzy Euwax (Euwax Archiv)

[71] Může jít i o podkladová aktiva, která se obchodují na trhu, jež není dostatečně korelován s trhem, kde lze najít dostatečné zajištění

chování tohoto warrantu. Předvídatelné reakce emitenta se dají využít při intradenním obchodování s warranty.

4.5 Likvidita

Posledním aspektem, který stojí za zmínku a dokáže ovlivnit obchodování, je likvidita warrantů. Většina emitentů warrantů v Evropě nabízí mimoburzovní obchodování. Dále pak každý z emitentů vystupuje v roli tvůrce trhu na nějaké evropské burze cenných papírů, nejčastěji na burze Euwax. A nakonec se většina warrantů obchoduje i na další, alternativní burze. Zde většinou záleží na původu emitenta. Investoři většinou mají tři možnosti, jak warrant nakoupit či prodat. Bohužel stále malé množství warrantů je dostatečně likvidních[72]. V případě, že na burze není žádná protistrana, tvoří protistrany emitent. Likvidita je zaručena, ovšem o její kvalitě existují pochybnosti. Existují závazná burzovní pravidla pro emitenty, které například určují maximální denní dobu, po kterou může emitent neposkytovat kotace. Jedná se především o situace, kdy přijde závažná informace a trh je „rozhozený", jiné nepředvídatelné situace nebo technické problémy emitenta. Rovněž objem, který emitent kotuje, nemusí uspokojit všechny investory. Navíc kotace emitenta většinou obsahují docela podstatný spread, mnohdy v řádu desítek procent z ceny warrantu.

Pokud má warrant dostatečnou likviditu (dostatečnou šířku a hloubku trhu), odměnou pro investory je nižší spread a obchodování podobné jako na opční burze. Dosud však investoři do warrantů na česká podkladová aktiva nedosáhli takových objemů, aby na burze vytvořili zajímavé podmínky. Většinou je objem obchodů nulový, a proto investorům nezbývá nic jiného, než přijmout podmínky, které si diktuje emitent. Jedinou záchranou je fakt, že již existuje několik bank, které emitují warranty na české akcie a tyto banky si mezi sebou začínají konkurovat. Důsledkem je především snížení spreadu, ale také menší výkyvy implicitní volatility a tudíž i ceny warrantu.

V poslední kapitole práce jsme popsali rozlišnosti v kvalitě obchodování warrantů a jiných derivátů. Warranty mají spoustu specifik, která jsou spojena s tím, že se jedná o cenný papír určený zejména pro drobné investory. Pokud se investor rozhodne investovat do warrantu,

---

[72] Zde jako likviditu chápeme množství obchodů provedených na burze. Samozřejmě vždy je možné warrant prodat zpět emitentovi na mimoburzovním trhu nebo na burze Euwax, ovšem u většiny warrantů vystupuje jako protistrana pouze emitent. Tuto skutečnost bereme jako nedostatečnou likviditu, kde emitent tvoří celý trh.

měl by vědět o několika aspektech, které mohou negativně ovlivnit obchodování. Spread warrantu ve spojení s malým poměrem odběru může vést k malé mystifikaci, a proto existuje ukazatel zvaný homogenizovaný spread. Implicitní volatilita, čili emitentův odhad budoucí volatility podkladového aktiva, hraje velmi výraznou roli v ceně warrantu, pokud se emitent rozhodne, že tuto volatilitu přehodnotí. Upravená volatilita totiž může připravit investora o část zisku. Zajímavý je u warrantů rozhodně i způsob intradenní kotace, kde je pro investora velmi důležité zjistit při nedostatečné likviditě warrantu způsoby chování emitenta při změnách ceny podkladového aktiva. A konečně likvidita warrantu je také velmi důležitá. Pokud je dostatek hráčů na trhu, můžou konkurovat emitentovi kotacemi a vytvořit tak rovné podmínky pro obchodování. Ty vytváří emitent sám, není-li na trhu dostatečná šířka. Toto tvoření trhu má však několik ale: maximální objem, spread a povolená doba, po kterou emitent nemusí kotovat.

Závěr

Warrant obchodovaný na evropských burzách cenných papírů dnes tvoří jedu z alternativních možností,jak mohou drobní investoři spekulovat nebo se zajišťovat. Vlastnosti warrantů jsou upraveny tak, aby byla zaručena jejich likvidita. Warrant obchodovaný na burze tak může emitovat pouze velká evropská banka, která dokáže na příslušné burze vystupovat jako tvůrce trhu, každý warrant je vybaven ISIN kódem a malým poměrem odběru.

Specifickou záležitostí je rovněž samotné obchodování s warranty. Většina warrantů disponuje slabou likviditou, a tak trh tvoří pouze emitent. Ten si může stanovit cenu warrantu, jakou uzná za vhodné. Dostáváme se tedy k problému, jak kontrolovat emitenta. Většinou si emitenti konkurují navzájem mezi sebou, avšak u warrantů na málo likvidní podkladová aktiva (z pohledu světových trhů) je konkurence nedostačující a emitenti tak mohou nasazovat vyšší ceny nebo větší spread.

Pro porozumění chování warrantů při změně ceny podkladového aktiva je nutné pochopit samotný proces ocenění warrantu. Existuje spousta oceňovacích vzorců, z nichž se v dnešní praxi nejvíce používá tzv. „Black-Scholesův model“. Tento model v sobě snoubí jednoduchost s užitečností, avšak jeho předpoklady v konfrontaci s praxí pokulhávají. Rovněž naše analýza způsobů ocenění ukázala, že nejlépe popisují reálné ceny warrantů hodnoty získané právě Black-Scholesovým modelem.

Moderní alternativou k oceňování opcí a warrantů je Hyperbolický model. Tento model používá třídu zobecněných hyperbolických rozdělení jako prostředků, které popisují chování akcií. Při aplikaci těchto rozdělení přicházíme k zajímavě přesnému popisu chování cen akcií na burzách cenných papírů. Právě na těchto docela přesných rozděleních je postaven model pro oceňování derivátů, který však při našem srovnání s Black-Scholesovou formulí při oceňování warrantů propadl. Otevírá se však prostor pro další výzkum možností využití třídy zobecněných hyperbolických rozdělení v českých podmínkách.

Příloha

Derivace Log-likelihood funkce

$$\frac{dL}{d\lambda} = n\left[\frac{1}{2}\ln\frac{\alpha^2-\beta^2}{\alpha\delta} - \frac{k_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})}{K_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})}\right]$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{1}{2}\ln(\delta^2+(x_i-\mu)^2 + \frac{k_{\lambda-1/2}(\alpha\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2})}{K_{\lambda-1/2}(\alpha\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2})}\right]$$

$$\frac{dL}{d\alpha} = n\frac{\delta\alpha}{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}R_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})$$

$$-\sum_{i=1}^{n}\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2}R_{\lambda-1/2}(a\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2})$$

$$\frac{dL}{d\beta}n\left[-\frac{\delta\beta}{\sqrt{\alpha^2-\beta^2}}R_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})-\mu\right]+\sum_{i=1}^{n}x_i$$

$$\frac{dL}{d\delta}n\left[-\frac{2\lambda}{\delta}+\sqrt{\alpha^2-\beta^2}R_\lambda(\delta\sqrt{\alpha^2-\beta^2})-\mu\right]$$

$$+\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{(2\lambda-1)\delta}{\delta^2+(x_i-\mu)^2}-\frac{\alpha\delta R_\lambda(\alpha\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2})}{\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2}}\right]$$

$$\frac{dL}{d\mu} = -n\beta + \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i-\mu}{\sqrt{\delta^2+(\mu-x_i)^2}}$$

$$\cdot\left[\frac{2\lambda-1}{\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2}}-\alpha R_{\lambda-1/2}(\alpha\sqrt{\delta^2+(x_i-\mu)^2})\right]$$

Zdroje

Abramowitz, M. a I. A. Stegun (1968). *Handbook of Mathematical Functions.* New York: Dover Publ.

Barndorff-Nielsen, O. E. (1977). *Exponentially decreasing distributions for the logarithm of particle size.* Proceedings of the Royal Society London A 353, 401-419.

Barndorff-Nielsen, O. E. (1978). *Hyperbolic distributions and distributions on hyperbolae.* Scandinavian Journal of Statistics 5, 151-157.

Barndorff-Nielsen, O. E. (1997). *Normal inverse Gaussian distributions and stochastic volatility modelling.* Scandinavian Journal of Statistics 24, 1-13.

Barndorff-Nielsen, O. E., P. Blæsild, J. L. Jensen, a M. Sørensen (1985). *The fascination of sand.* In A. C. Atkinson and S. E. Fienberg (Eds.), A Celebration of Statistics. New York: Springer.

Barndorff-Nielsen, O. E. a O. Halgreen (1977). *Infinite divisibility of the hyperbolic and generalized inverse Gaussian distributions.* Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und verwandte Gebiete 38, 309-312.

Batún, J. L. a K. Prause (1999). *Simulation of stationary and selfsimilar processes driven by Lévy processes.* Working Paper, University of Aarhus.

Bibby, B. M. a M. Sørensen (1997). *A hyperbolic diffusion model for stock prices.* Finance & Stochastics 1, 25-41.

Blæsild, P. (1999). *Generalized hyperbolic and generalized inverse Gaussian distributions.* Working Paper, University of Aarhus.

Blæsild, P. a M. K. Sørensen (1992). *`hyp' - a computer program for analyzing data by means of the hyperbolic distribution.* Research Report 248, Department of Theoretical Statistics, University of Aarhus.

Borak, S., Detlefsen, K. a Härdle, W (2005). *FFT Based Option Pricing.* Discussion Paper 2005-11, Humboldt Universität zu Berlin.

Cox, J. C. a M. Rubinstein (1985). *Options Markets.* Englewood Cliffs: Prentice Hall.

Eberlein, E. a von Hammerstein, A. (2002). *Generalized Hyperbolic and Inverse Gaussian Distributions: Limiting Cases and Approximation of Processes.* FDM Preprint 80, University of Freiburg.

Eberlein, E. a J. Jacod (1997). *On the range of options prices.* Finance and Stochastics 1, 131-140.

Eberlein, E. a U. Keller (1995). *Hyperbolic distributions in finance.* Bernoulli 1, 281-299.

Eberlein, E., U. Keller, a K. Prause (1998). *New insights into smile, mispricing and value at risk: the hyperbolic model.* Journal of Business 71, 371-405.

Eberlein, E. a K. Prause (1998). *The generalized hyperbolic model: financial derivatives and risk measures.* FDM Preprint 56, University of Freiburg.

Eberlein, E. a S. Raible (1999). *Term structure models driven by general Lévy processes.* Mathematical Finance 9, 31-53.

Esscher, F. (1932). *On the probability function in the collective theory of risk.* Skandinavisk Aktuarietidskrift 15, 175-95.

Fajardo, J. a Farias, A (2002). *Generalized Hyperbolic Distributions and Brazilian Data.* Working Paper 52, Ibmec, Banco Central Do Brasil

Filáček, J. (1998). *Modely oceňování opcí a testování těchto modelů na Chicago Board of Exchange,* IES FSV UK, diplomová práce, 1998

Hull, J. C. a A.White (1987). The pricing of options on assets with stochastic volatilities. *Journal of Finance 42*, 281{300.

Jaschke, S. R. (1997). A note on stochastic volatility, GARCH models, and hyperbolic distributions. Working paper, SFB 373, Humboldt{Universit¨at Berlin.

Jørgensen, B. (1982). *Statistical properties of the generalized inverse Gaussian distribution*, Volume 9 of *Lecture Notes in Statistics*. Heidelberg: Springer.

Keller, U. (1997). *Realistic modelling of _nancial derivatives*. Dissertation, University of Freiburg.

Merton, R. C.: *Theory of Rational Option Pricing*, The Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, No.1 (jaro 1973), 141-183

Nekula, K.: *Finanční opce,* IES FSV UK, diplomová práce, 2004

Prause, K. (1997). Modelling _nancial data using generalized hyperbolic distributions. FDM Preprint 48, University of Freiburg.

Prause, K. (1999b). How to use NIG laws to measure market risk. FDM Preprint 65, University of Freiburg.

Press, W., S. Teukolsky, W. Vetterling, and B. Flannery (1992). *Numerical Recipes in C*. Cambridge: Cambridge University Press.

Raible, S. (1998). L_evy term-structure models: Uniqueness of the martingale measure. Working paper, University of Freiburg.

Rozumek, D. a Svoboda M.: *Investiční certifikáty,* elektronická brožura Komise pro cenné papíry + Zertifikate Journal

Rubinstein, M. (1985). *Nonparametric tests of alternative option pricing models using all reported trades and quotes on the 30 most active CBOE option classes from August 23, 1976 through August 31,* 1978. Journal of Finance 40, 455-480.

Samuelson, P. (1965). *Rational theory of warrant pricing.* Industrial Management Review 6, 13/32.